

Una (imperfetta) categorizzazione dei tipi di modelli digitali 3D					
		ELEMENTI DISCRETI			CONTINUI
		regolari <i>«a griglia»</i>	semi-regolari o irregolari		
			elementi simpliciali	elementi non simpliciali	
SUPERFICIALI	2-manifold <i>«rappresenta una vera superficie»</i>	Height Field Range Scan Geometry Images	Triangle Mesh	Polygonal Mesh Quad Mesh Quad dominant Mesh	Subdivision surfaces Parametric Surfaces (es. B-splines)
	non-manifold <i>«non rappresenta una sup»</i>	Set di Range Scan	Point Cloud		
VOLUMETRICI	(3-manifold)	Voxelized Volume Volumetric Textures	Tetra Mesh	Hexa Mesh	Implicit models (es. CSG)

56

Modelli 3D Volumetrici

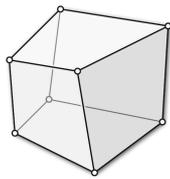
- Discreti & regolari: **dataset voxelizzati**
 - ⇒ analogo di un'immagine rasterizzata, ma in 3D
 - ⇒ una griglia di voxel
- Discreti & irregolari: **mesh poliedrali**
 - ⇒ analogo di una mesh poligonale (ma nel volume)
 - ⇒ insieme di poliedri adiacenti faccia a faccia
- Continui: **modelli impliciti**
 - ⇒ rappresentazione basata su funzioni volumetriche
 - ⇒ superficie come luogo di zeri di una funzione



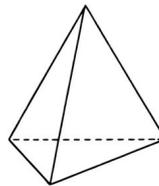
57

Mesh poliedrale

- ✓ Corrispondente volumetrico delle mesh poligonali
- ✓ Composta da poliedri quali...



esaedro
(o "hexa" per brevità)



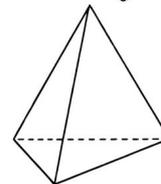
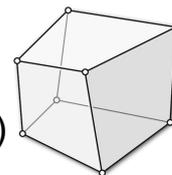
tetraedro
(o "tetra" per brevità)



58

Modelli 3D volumetrici ad elementi finiti

- ✓ Tipo degli elementi:
 - ⇒ hexahedra (anche detti "cuboidi")
 - ⇒ tetrahedra (piramidi a base triangolare)
 - ⇒ poliedri generici (raro)
- ✓ mesh poliedrale = mesh composta da elementi poliedrici adiacenti faccia a faccia
 - ⇒ hexahedron mesh, o hexa-mesh
 - ⇒ tetrahedron mesh tetra-mesh
- ✓ esempio di visualizzatore: www.hexalab.net



59

Mesh poliedrale

✓ Composta da

⇒ geometria:

- vertici (0D),
con pos (x,y,z)

⇒ connettività:

- poliedri (3D)
- facce (2D)
- edge (1D)

che connettono i vertici

⇒ attributi

- sui vertici,
- Implicitamente
inteprolati dentro gli
elementi

✓ Struttura dati:
simile alla mesh
poligonale

⇒ indicizzata:

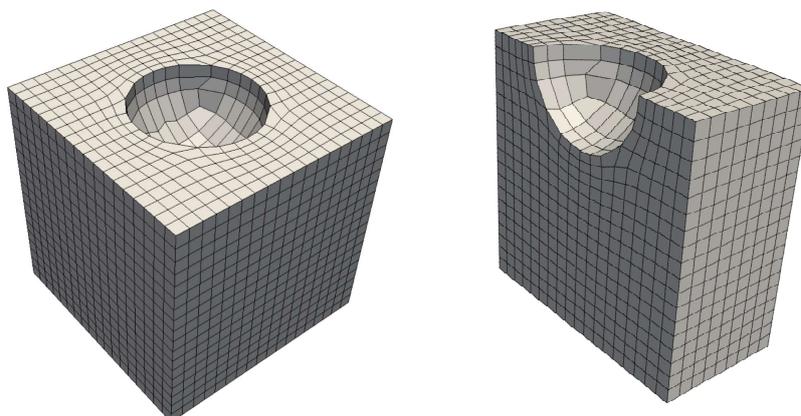
- lista vertici,
- lista poliedri

⇒ Esistono anche
varianti per mesh
poliedrali di struttura
basata su half-edge



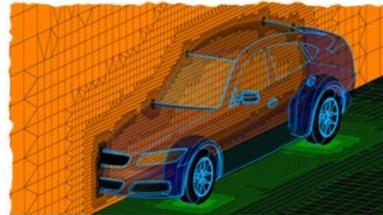
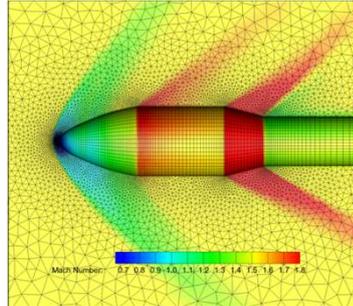
60

Hexa-mesh



61

context: FEA (Finite Element Analysis)

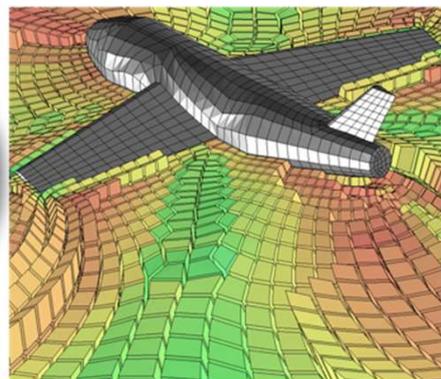
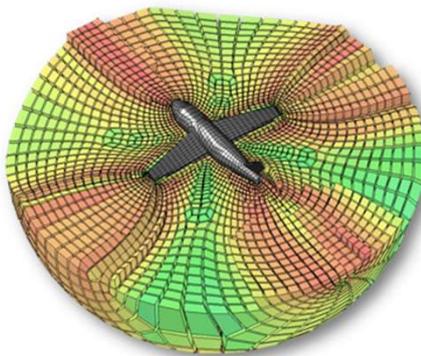


source: pointwise.com



62

FEA simulation



Source: [Ruiz-Girones Roca Sarrate 2012]



66

Uso tipico: simulazioni fisiche

- ✓ FEM / FEA
(Finite Element Method /
Finite Element Analysis)
 - ⇒ Usata in ingegneria per verificare virtualmente le proprietà strutturali degli oggetti rappresentati
 - ⇒ Esempio: simulazione di carico:
questo palazzo sostiene il suo peso?
questo ponte sostiene il suo carico?
 - ⇒ Esempio: simulazione di termodinamica:
come si diffonde il calore all'interno di questo oggetto?
 - ⇒ Simulazione dinamica, statica
- ✓ Le simulazioni sono i principali (approssimando, l'unico) utilizzo delle mesh poliedrali
- ✓ Problema (difficile): costruire una hexa-mesh o tetra-mesh a partire da una rappresentazione superficiale
 - ⇒ tipicamente, da una mesh poligonale (es: triangolare)

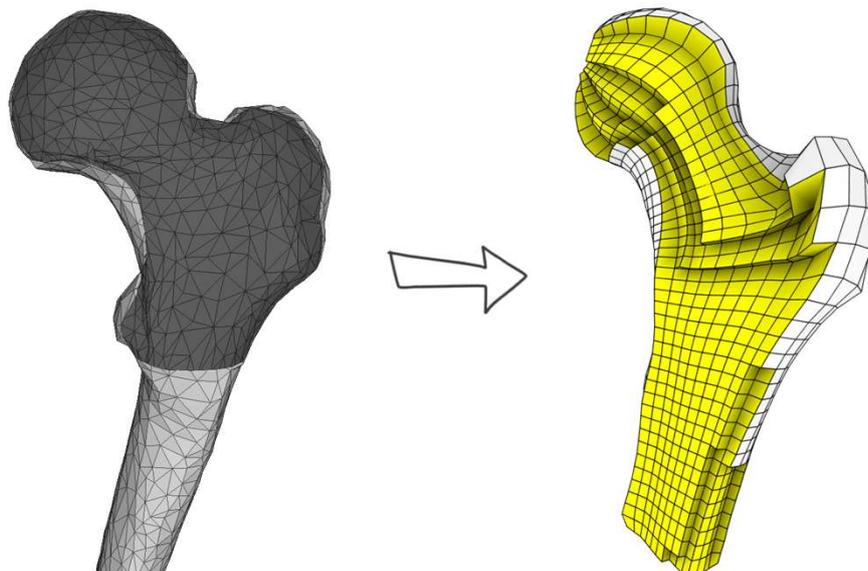


67

Polyhedral-Mesh construction

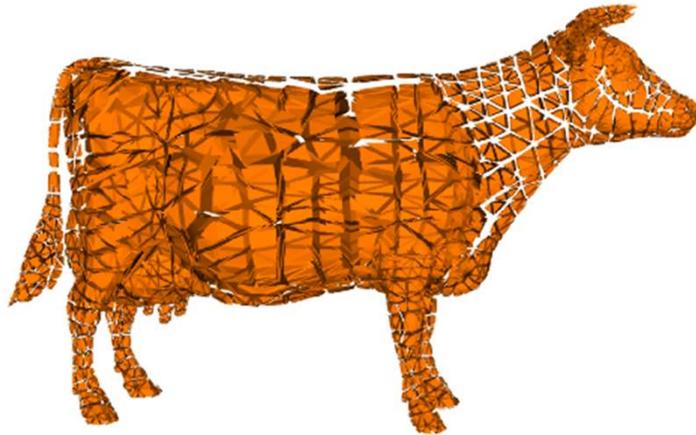
INPUT:
una mesh superficiale
(es: una tri mesh) M

OUTPUT:
una mesh poliedrale (es: una hexa-mesh)
il cui bordo approssima (o è) M



73

Tetra Mesh



75

Tetraedri

✓ Tetraedro: struttura *simpliciale* del volume

⇒ come il triangolo è lo è della superficie.

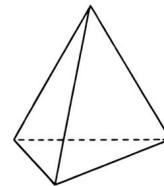
⇒ cioè: un tetraedro è il luogo di punti che sono l'interpolazione lineare fra i suoi quattro vertici

⇒ cioè: ogni punto P dentro un tetraedro T (superficie compresa) è esprimibile come una (e una sola) combinazione lineare dei quattro vertici di T

⇒ i 4 pesi di questa combinazione (quattro scalari) sono detti le coordinate baricentriche di P dentro T

⇒ posso usare le coordinate baricentriche per interpolare fra gli attributi definiti sui vertici di T

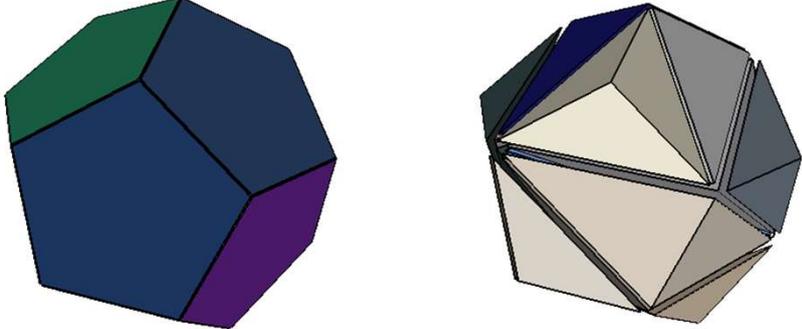
✓ In tutto questo: tetra-mesh (volume)
del tutto analoga alla tri-mesh (superficie)



76

Tetrahedralization

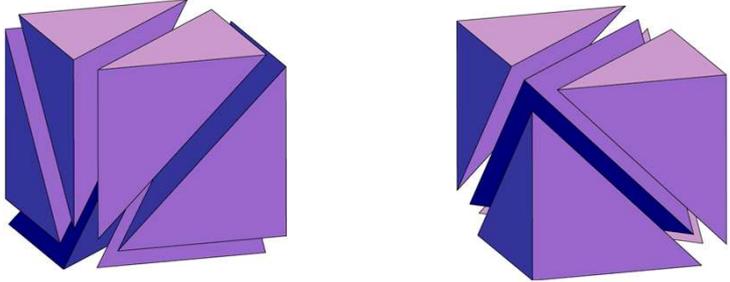
- ✓ Ogni poliedro può essere scomposto in tetraedri
⇒ Così come ogni poligono in triangoli



77

Tetrahedralization

- ✓ Ogni poliedro può essere scomposto in tetraedri
⇒ ...in modi diversi
⇒ un hexa, per esempio, ammette almeno due scomposizioni in tetraedri...



12 tetra

5 tetra



78

Computo delle «coordinate baricentriche» dentro un qualsiasi elemento *simpliciale*

- ✓ E' lo stesso problema in tutte le dimensioni con la stessa soluzione!
- ✓ Dato un tetraedro (o un triangolo, o un segmento) costituito dai suoi 4 (o 3, o 2) vertici $\mathbf{p}_0 \dots \mathbf{p}_n$ e un punto \mathbf{p} al suo interno, trovare i 4 (3, 2) le «coordinate baricentriche» di \mathbf{p} dentro a quel tetraedro (o tri, o sec))
- ✓ cioè i 4 (o 3, o 2) valori scalari $t_0 \dots t_n$ tali che

$$\mathbf{p} = \sum_i t_i \mathbf{p}_i \quad \sum_i t_i = 1 \quad \forall i: 0 \leq t_i \leq 1$$

- ✓ Fatto questo, il valore dell'attributo a in \mathbf{p} sarà così dato dalla stessa combinazione lineare degli attributi $a_0 \dots a_n$ definiti sui vertici :

$$a = \sum_i t_i a_i$$

79

Computo delle «coordinate baricentriche» dentro un qualsiasi elemento *simpliciale*

- ✓ Schema generale della soluzione

1. Unire i 4 (3, 2) vertici $\mathbf{p}_0 \dots \mathbf{p}_n$ al punto \mathbf{p}
2. Hai ottenuto 4 (3,2) nuovi sotto-tetraedri (-triangoli, -segmenti) che scompongono il tetraedro (triangolo, segmento) originale
3. Calcola l'estensione (cioè il volume, l'area, la lunghezza) di questi nuovi sotto-elementi
4. La coordinata baricentrica t_i è data dall'estensione dell'elemento opposto al vertice \mathbf{p}_i diviso la somma delle estensioni (cioè diviso l'estensione dell'elemento originale)

- ✓ **Esercizio:** scrivere la formula nei tre casi, ipotizzando di avere una funzione $\text{volume}(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$ che restituisce il volume di un tetraedro di 4 vertici dati

80

Tetra meshes o Hexa Meshes?

- ✓ Risoluzione di una mesh poliedrale: n. di poliedri (o di vertici)
 - ⇒ maggiore risoluzione: simulazioni più accurate ma più lente
 - ⇒ nota: numero di elementi è CUBICO con 1/dimensione lineare
- ✓ Può essere adattiva (e spesso lo è)
- ✓ Multiri-soluzione:
piramidi di livello di dettaglio sono possibili
 - ⇒ similmente alle mesh poligonali
- ✓ Categorie, simili a mesh poligonali:
 - ⇒ «Pure» hexa-mesh: solo elementi hexa
 - ⇒ «Hexa dominant» mesh: grande maggioranza di elementi Hexa
- ✓ Esiste un concetto di **regolarità** locale anche per le hexa meshes / tri meshes
 - ⇒ analogo a quello delle alle mesh, ma definito sugli edge:
 - un edge di una hexa mesh è regolare sse è condiviso da 4 hexa
 - un edge di una tetra mesh è regolare sse è condiviso da 6 tetra
 - ⇒ mesh semiregolare: maggioranza di edge regolari.



82

Tetra meshes VS Hexa Meshes

- ✓ Per poter essere utilizzata in una simulazione, una hexa mesh / tetra mesh deve avere elementi di buona «qualità», cioè (semplificando), la loro forma deve essere lontana dall'essere degenerare (cioè piatta o, peggio, concava)
 - ⇒ la generazione automatica di mesh poliedrali con questa caratteristica è un problema aperto e difficile
 - ⇒ la generazione è fatta a partire da una struttura superficiale, es una mesh poligonale (**deve** essere two-manifold, chiusa, ben orientata)
- ✓ Hexa meshes:
 - ⇒ più difficile da costruire («hexaedrailizzare» i volumi: problema difficile)
 - ⇒ ma le simulazioni su hexa mesh sono più efficienti (a parità di risoluzione) o più accurate (a parità di tempo di esecuzione)
 - ⇒ recentemente, questo assunto è stato messo in discussione da alcuni risultati teorici di ricerca, che sembrano mostrare un vantaggio delle tetra-mesh



83