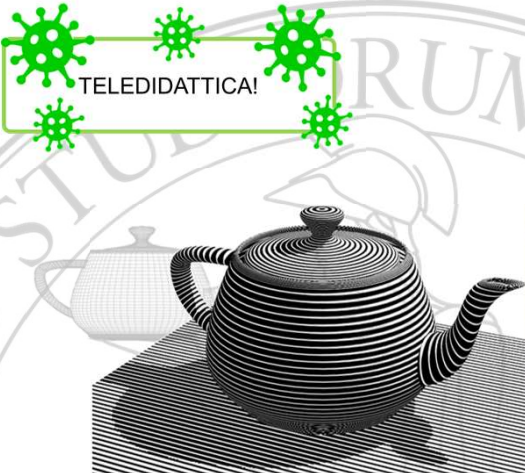


Una (imprefetta) categorizzazione dei tipi di modelli digitali 3D					
		ELEMENTI DISCRETI			CONTINUI
		regolari <i>«a griglia»</i>	semi-regolari o irregolari		
			elementi simpliciali	elementi non simpliciali	
SUPERFICIALI	2-manifold <i>«rappresenta una vera superficie»</i>	Height Field Range Scan Geometry Images	Triangle Mesh	Polygonal Mesh Quad Mesh Quad dominant Mesh	Subdivision surfaces Parametric Surfaces (es. B- splines)
	non-manifold <i>«non rappresenta una sup»</i>	Set di Range Scan		Point Cloud	
	VOLUM ETRICI	(3-manifold)	Voxelized Volume Volumetric Textures	Tetra Mesh	Hexa Mesh

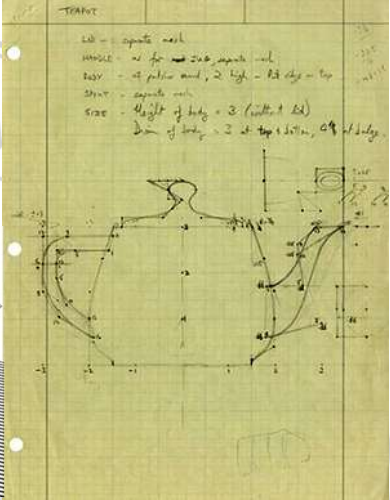
2

Marco Tarini - Computer Graphics 2019/2020
Università degli Studi di Milano

Parametric Surfaces



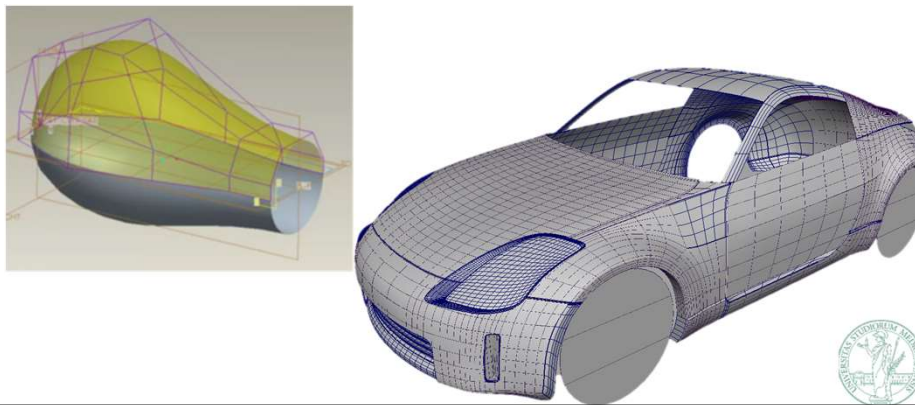
TELEDIDATTICA!



3

Superfici parametriche

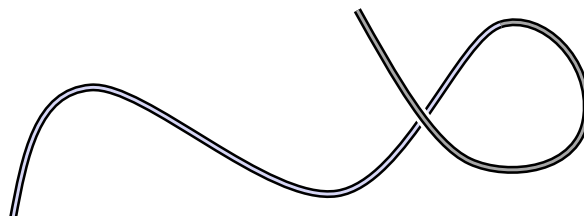
- ✓ Modo di rappresentare superfici curve
- ✓ Non lineari a tratti (come le mesh) ma quadratiche, o cubiche, o quartiche etc. a tratti
- ✓ Molto utilizzato per CAD/CAM



4

Curve parametriche

- ✓ Vediamo prima un caso più semplice (ma pure molto usato):
le **curve parametriche**
 - ⇒ Una rappresentazione per linee curve (in 2D o 3D)
- ✓ Il caso **superfici** è una sua generalizzazione

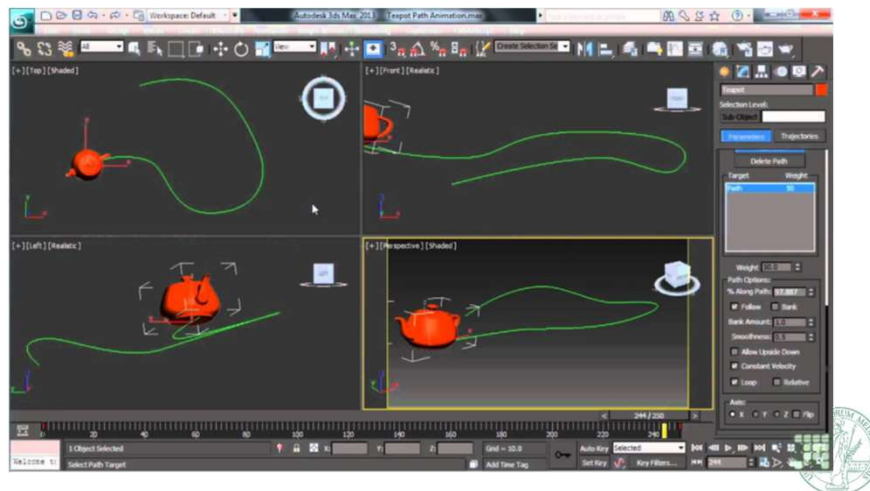


5

Curve parametriche

✓ Usi:

- ⇒ (1) in 2D: grafica vettoriale
- ⇒ (2) in 3D: path di un'animazione



7

Curva parametrica

✓ Curva descritta da una funzione

$$f: A \rightarrow B$$

$$A \subseteq \mathbb{R}$$

$$B \subseteq \mathbb{R}^3$$

✓ $B \subseteq \mathbb{R}^2$ curve in 2D

(linee disegnate su di un foglio)

$$f(t) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

✓ $B \subseteq \mathbb{R}^3$ curve in 3D

(linee che "volano" nello spazio)

$$f(t) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

⇒ La curva è quindi "l'immagine di una funzione da $\mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^2$ (o $\mathbb{R}^3$)"

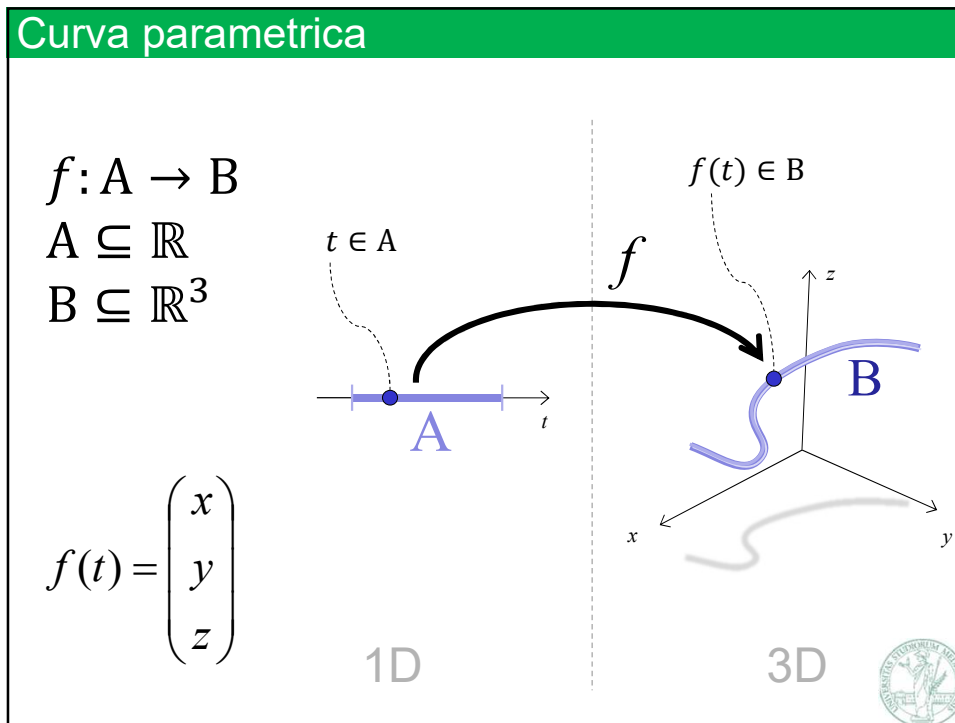
✓ t è detto il parametro, o la variabile parametrica

✓ A , il dominio di f , e detto il dominio parametrico

✓ B , l'immagine di f , la nostra curva (un luogo di punti)

✓ Se $f(t)$ è un polinomio di t , la curva si dice polinomiale

8



9

Curve parametriche: quale direzione tangente?

- ✓ Dato un parametro t , il punto $f(t)$ sta sulla curva.
- ✓ Quale dir tangente della curva in quel punto?
- ✓ Basta chiedersi di quanto si sposta il punto $f(t)$ se t aumenta di un piccolo delta dt .
- ✓ Risposta:
 - ⇒ si sposta nel punto $f(t + dt)$
 - ⇒ cioè si sposta del vettore $f(t + dt) - f(t)$
 - ⇒ divido per dt , e ottengo lo spostamento (un vettore) per unità di spostamento nello spazio parametrico

$$\frac{f(t+dt) - f(t)}{dt}$$

- ⇒ il limite con $dt \rightarrow 0$ è la direzione tangente che cerco!
- ⇒ cioè la derivata f' di f calcolata in t

$$\frac{f'(t)}{\|f'(t)\|} = \text{vettore tangente della curva nel punto } f(t)$$

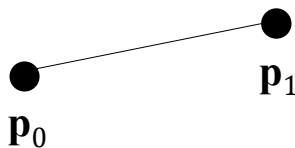
10

Esempio giocattolo:

- ✓ Segmento come “curva” parametrica
 - ⇒ (anche se non è «curva» in questo caso)
 - ⇒ Il segmento fra due punti $\mathbf{p}_0$, $\mathbf{p}_1$ è il luogo di punti raggiunti dalla funzione

$$f(t) = \mathbf{p}_0 \cdot (1 - t) + \mathbf{p}_1 \cdot t$$

$$= \mathbf{p}_0 + (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) \cdot t$$



Derivata in t ?
Tangente?



12

Note sull'esempio giocattolo...

- ✓ In questo esempio, **ed anche in generale...**
 - ⇒ i punti $\mathbf{p}_0$ e $\mathbf{p}_1$ sono costanti nella formula di f
 - ⇒ sono i «**punti di controllo**» della curva: modificandoli, modifico la forma della curva
- ✓ in questo esempio... (ma in generale, non sarà sempre così)
 - ⇒ La curva è un polinomio lineare, di grado 1 (in generale, si usano polinomi di grado superiore)
 - ⇒ la curva passa attraverso i punti di controllo
 - ⇒ i punti di controllo sono solo 2
 - ⇒ i punti di controllo sono all'inizio e alla fine della curva
 - ⇒ la direzione tangente è costante per ogni t , (calcolarla!) cioè la «curva» non è... curva (è dritta, non è incurvata)
- ✓ Vedremo la prossima lezione esempi di grado superiore



13