

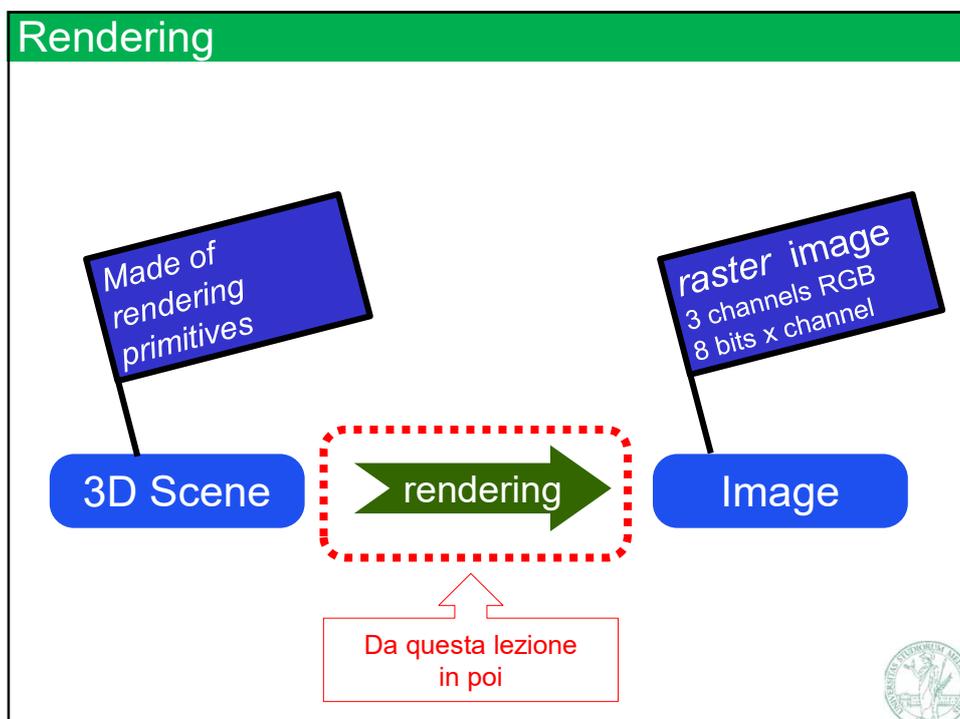
Marco Tarini - Computer Graphics 2019/2020
Università degli Studi di Milano

Rendering: ray-tracing

STUDIORUM

TELEDIDATTICA!

1



2

Rendering

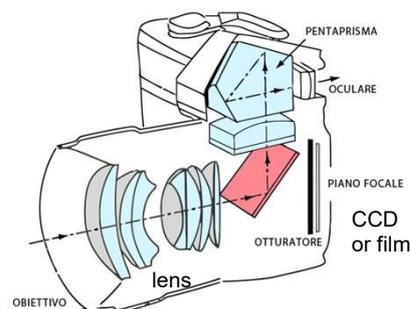
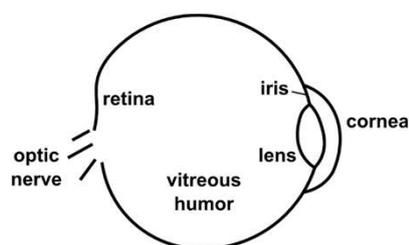
- ✓ Molti algoritmi di rendering prendono diretta ispirazione dal modo in cui un dispositivo reale di sintesi di immagini produce un'immagine
 - ⇒ Dispositivi come: macchina fotografica, una telecamera, un occhio umano
- ✓ A questo fine, possiamo rimuovere tutti gli elementi non necessari di tali dispositivi, per ridurli ad un modello più semplice possibile
 - ⇒ Questo modello è detto Pin-hole camera.



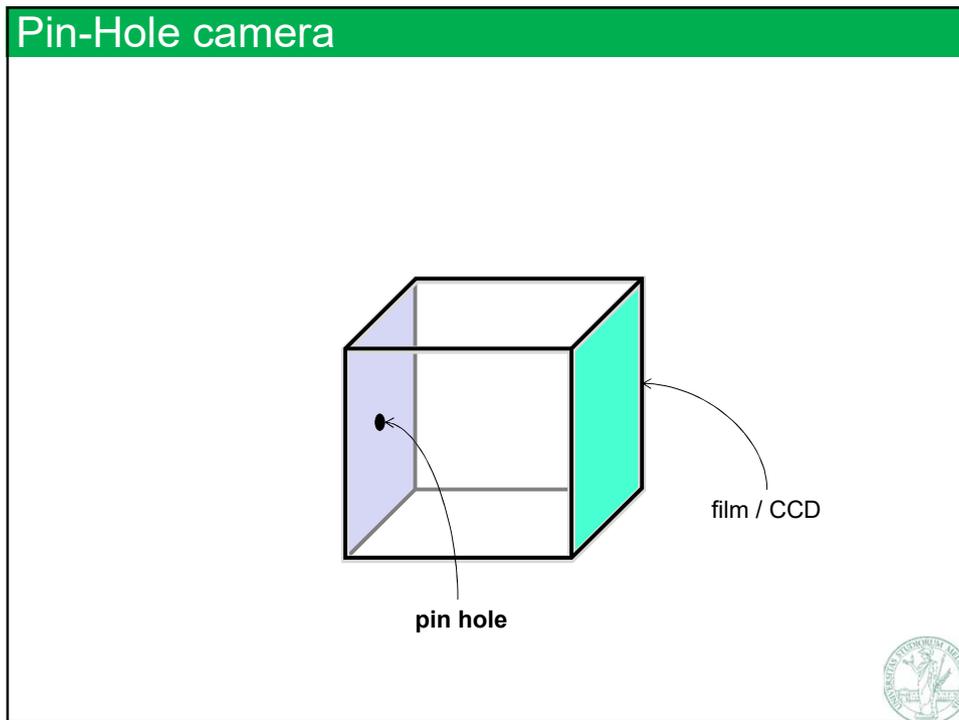
4

Modelling the picture making apparatus

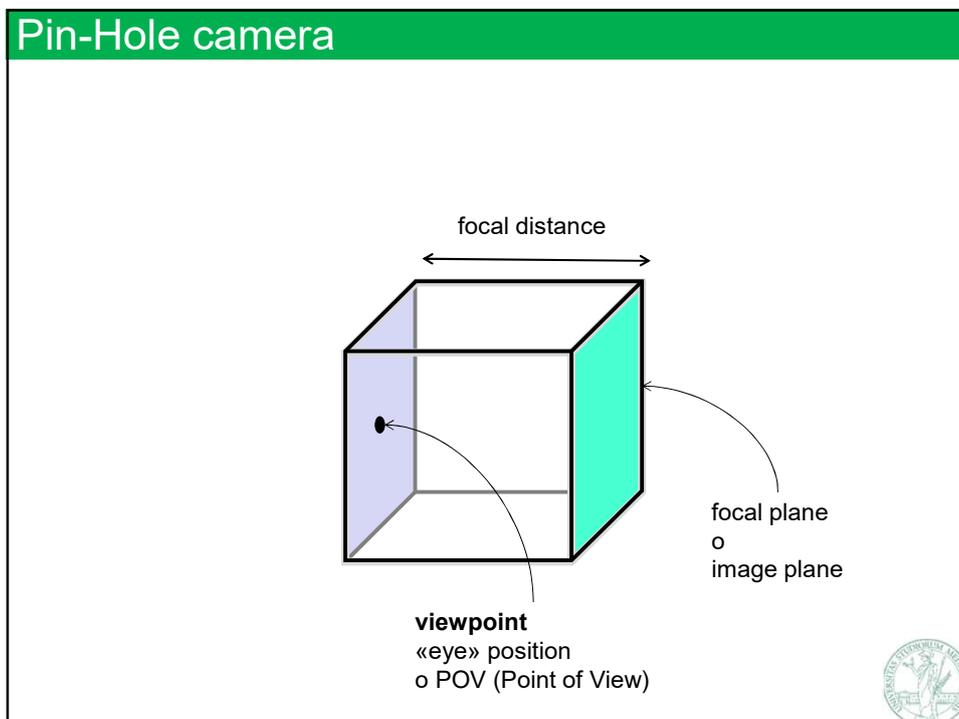
- ✓ Human Visual System
- ✓ Camera



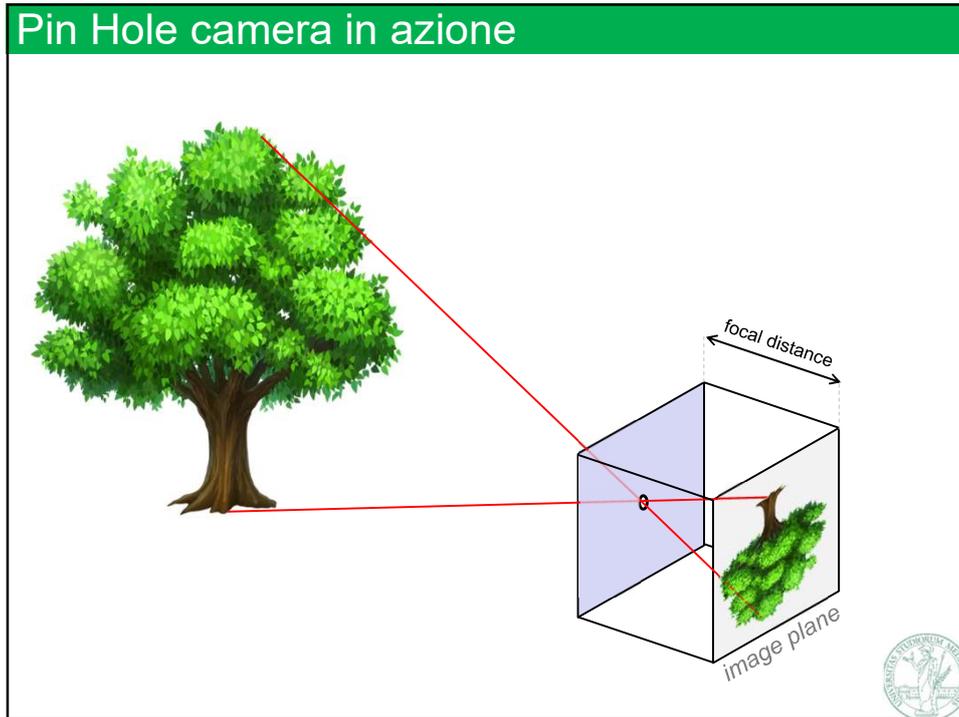
5



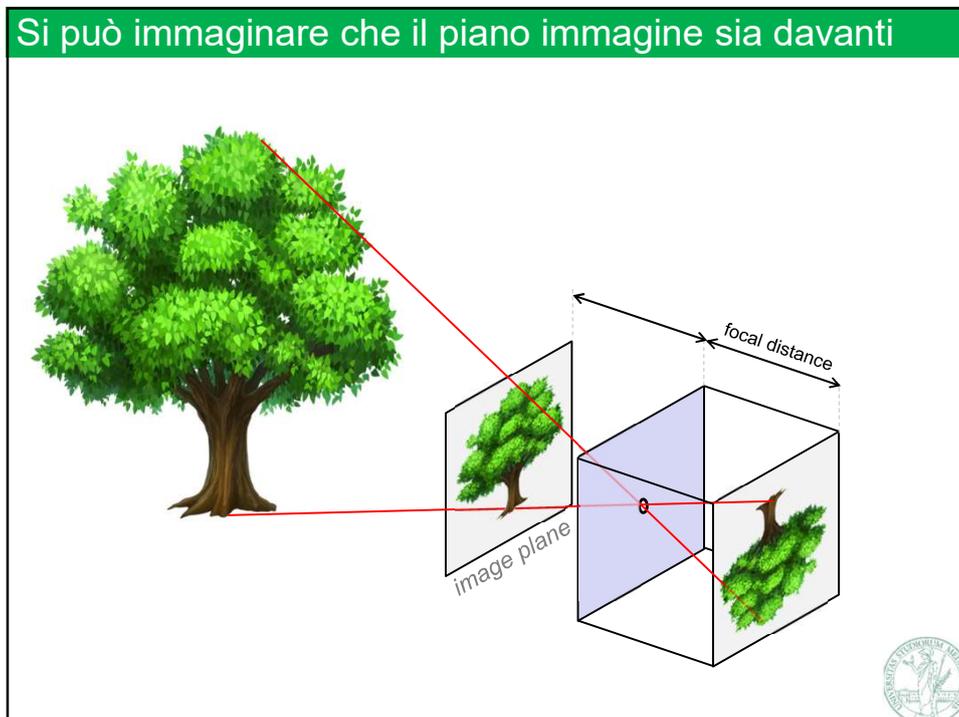
6



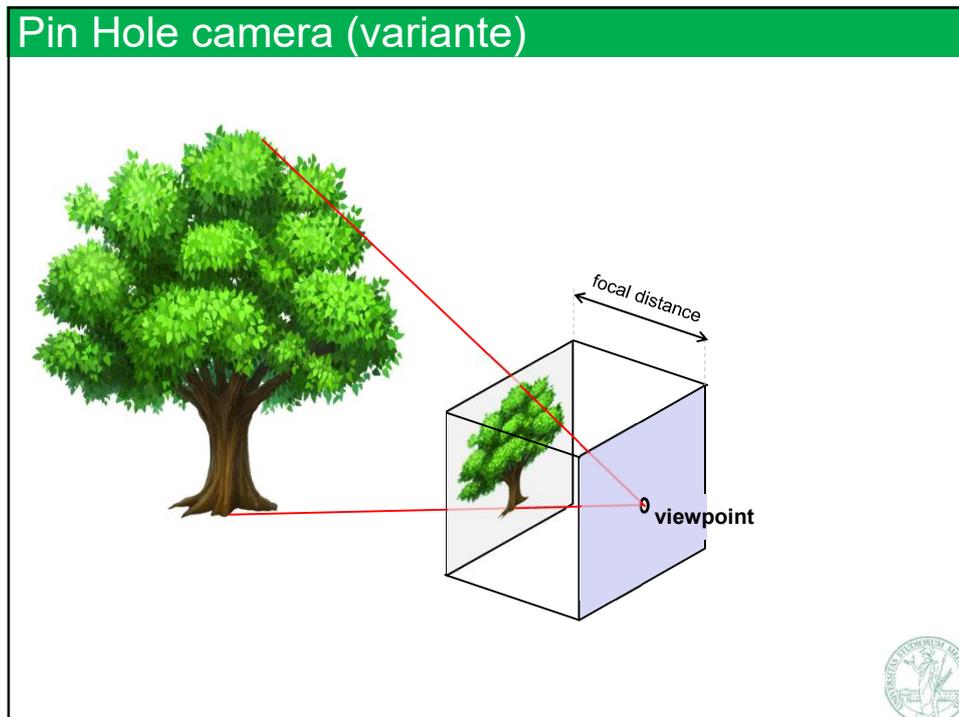
7



8



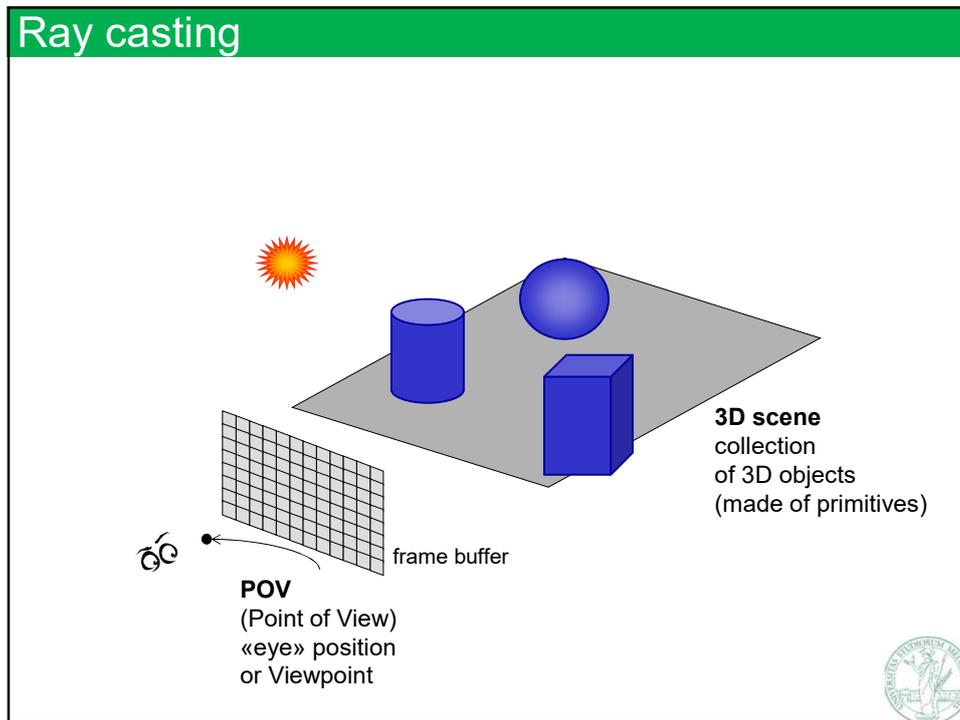
9



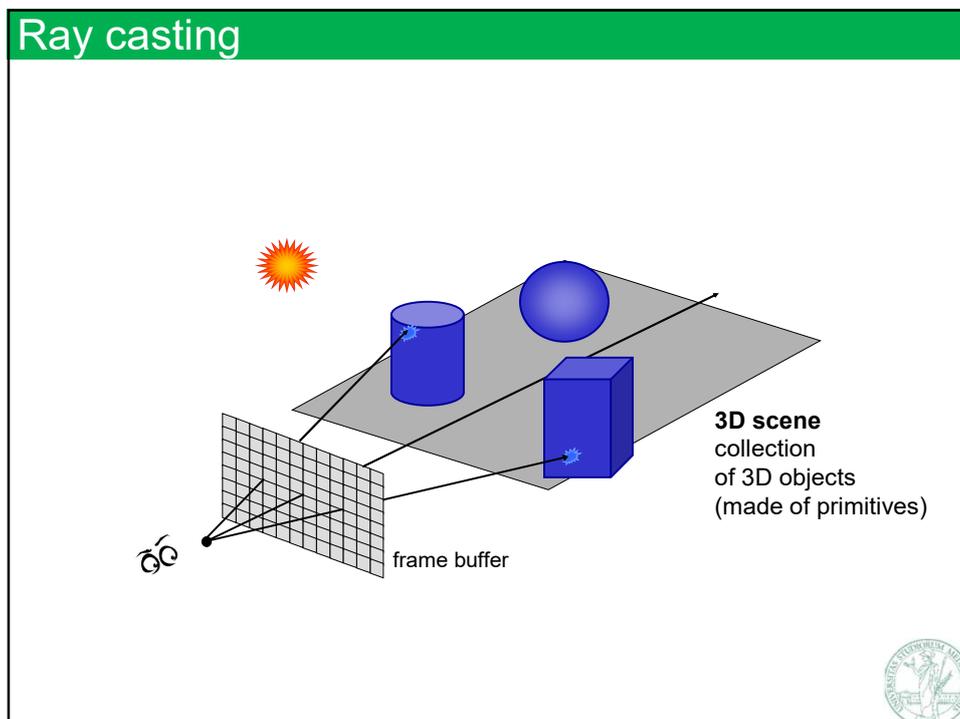
Pin-hole camera

- ✓ La pin-hole camera cattura tutta la luce che passa per il **POV**
 - ⇒ la luce = i fotoni
- ✓ La pin-hole camera misura quanta di questa luce arriva da ogni **direzione**
 - ⇒ ogni pixel rilevato $p[i,j]$ =
quantità di luce che è passata dal POV
in direzione (simile a) $(POV - P(i,j))$
durante il tempo di esposizione
- ✓ La luce è partita da degli emettitori (fonti di luce)
 - ⇒ prima di arrivare al POV, ha interagito con la scena!

11



15



16

Ray-Casting

- ✓ Idea: seguire *a ritroso* i fotoni che raggiungono il POV
 - ⇒ per questo, detto anche : "*backwards*" ray tracing
- ✓ per ogni pixel sullo schermo:
 - ⇒ costruisco un raggio (detto il "raggio primario" di quel pixel)
 - ⇒ trovo le sue intersezioni con gli oggetti della scena
 - ⇒ scelgo l'intersezione più vicina al POV
- ✓ Implementazione:
 - ⇒ basata sul computo dell'intersezione raggio-primitive (che quindi deve essere ottimizzata)
 - ⇒ Numero di intersezioni da calcolare = numero di pixe



17

Ray Casting pseudo-code

```
For each pixel  $p$ :  
  make a ray  $r$  (viewpoint to  $p$ )  
  for each primitive  $o$  in scene:  
    find intersect( $r, o$ )  
  keep closest intersection  $o_j$   
  find color of  $o_j$  at  $p$ 
```



18

Cosa possiamo renderizzare

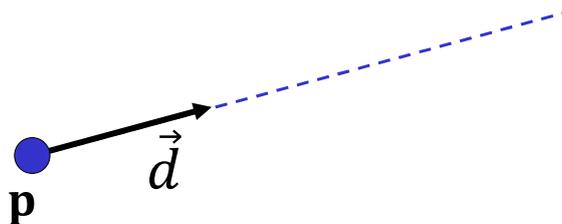
- ✓ Con un algoritmo di Ray-casting possiamo renderizzare qualsiasi cosa per la quale siamo in grado di computare l'intersezione con un raggio
 - ⇒ Vale anche per qualsiasi algoritmo di Ray-tracing – vedi sotto
- ✓ Esistono quindi ray-caster per il rendering di :
 - ⇒ Mesh poligonali
 - ⇒ Campi d'altezza
 - ⇒ Modelli impliciti
 - ⇒ Superfici parametriche, come patch di Bezier
 - ⇒ Etc
- ✓ In ciascun caso, serve di sapere implementare la procedura di intersezione raggio-oggetto
 - ⇒ Vediamo alcuni casi per semplici modelli impliciti



19

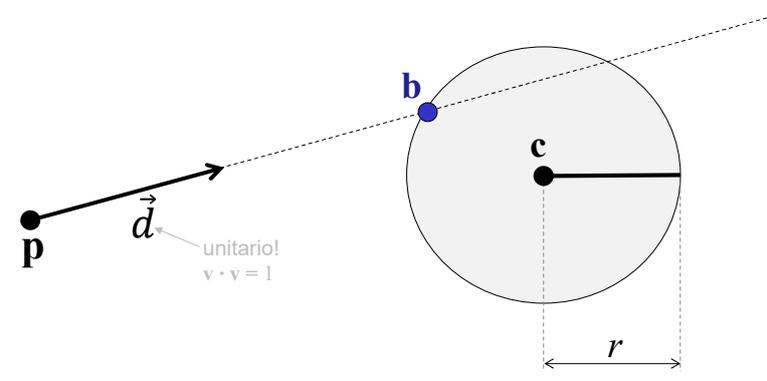
Rappresentazioni di un «raggio»

- ✓ Un raggio (ray) è una semiretta
- ✓ La possiamo modellare come
 - ⇒ Punto \mathbf{p} di partenza del raggio
 - ⇒ Vettore \vec{d} direzione (unitario o no, è una scelta)
- ✓ I punti sul raggio sono i punti
 - ⇒ $\mathbf{p} + k\vec{d}$ per un qualche scalare $k \geq 0$
 - ⇒ cioè «i punti raggiungibili a partire da \mathbf{p} facendo k passi in direzione \vec{d} »



20

Esempio: Intersezione raggio sfera 1/3



sfera (come superficie implicita):
 $f(\mathbf{q}) = 0$ con $f(\mathbf{q}) = \|\mathbf{q} - \mathbf{c}\|^2 - r^2$

intersecare raggio con sfera = trovare un $k \geq 0$ (se \exists) t.c.
 $f(\mathbf{p} + k\vec{d}) = 0$



21

Esempio: Intersezione raggio sfera 2/3

$$f(\mathbf{p} + k\vec{d}) = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\|\mathbf{p} + k\vec{d} - \mathbf{c}\|^2 - r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \leftarrow \|\vec{v}\|^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$$

$$(\mathbf{p} + k\vec{d} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{p} + k\vec{d} - \mathbf{c}) - r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$((\mathbf{p} - \mathbf{c}) + k\vec{d}) \cdot ((\mathbf{p} - \mathbf{c}) + k\vec{d}) - r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$k^2 \|\vec{d}\|^2 + k 2 (\mathbf{p} - \mathbf{c}) \cdot \vec{d} + \|\mathbf{p} - \mathbf{c}\|^2 - r^2 = 0$$

Equazione 2° grado in k Prendo la soluzione minore. Se è > 0 abbiamo trovato k e quindi anche il punto di intersezione



22

Esempio: Intersezione raggio sfera 3/3

$$k_{A,B} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 devo ovviamente considerare la soluzione minore
 (quella col segno -)

23

Esempio: Intersezione Raggio / Piano

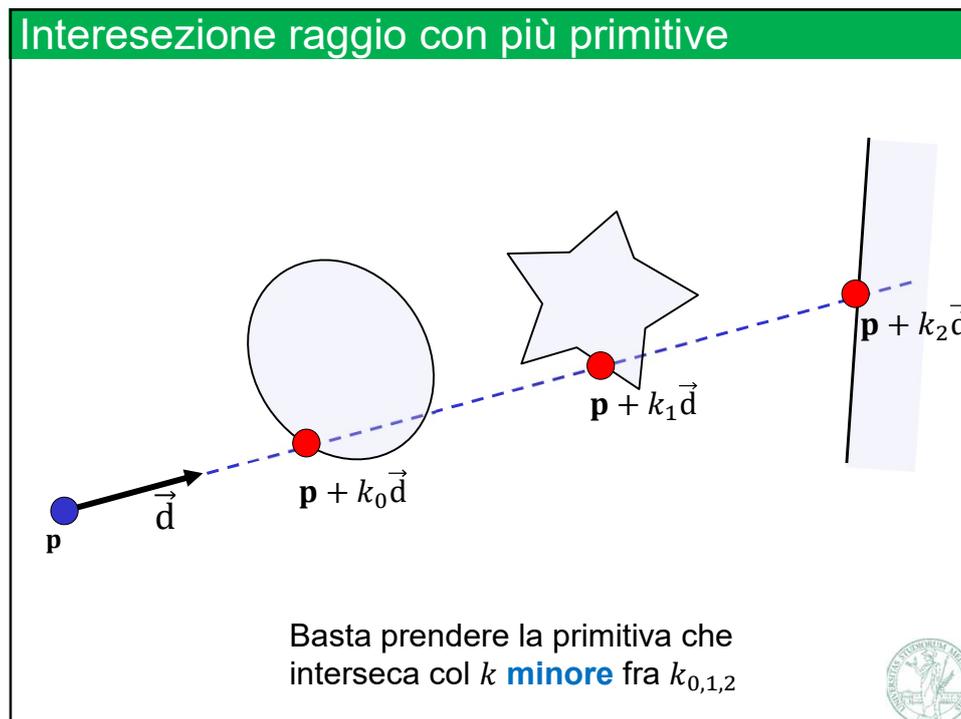
- ✓ piano definito da: un punto sul piano \mathbf{s} e la sua normale $\hat{\mathbf{n}}$
- ✓ punti su piano: { tutti i punti \mathbf{q} tali che $(\mathbf{q} - \mathbf{s}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$ }
- ✓ intersecare quel piano con un raggio dato $(\mathbf{p}, \vec{\mathbf{d}})$ = trovare un k (se \exists) t.c. $(\mathbf{p} + k\vec{\mathbf{d}})$ è un punto sul piano

$$\begin{aligned}
 &(\mathbf{p} + k\vec{\mathbf{d}} - \mathbf{s}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \\
 &\Leftrightarrow \\
 &(\mathbf{p} - \mathbf{s}) \cdot \hat{\mathbf{n}} + k\vec{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \\
 &\Leftrightarrow \\
 &k(\vec{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) = (\mathbf{s} - \mathbf{p}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \\
 &\Leftrightarrow \\
 &k = \frac{(\mathbf{s} - \mathbf{p}) \cdot \hat{\mathbf{n}}}{\vec{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{n}}}
 \end{aligned}$$

Eq. 1mo grado in k
 Se ha soluzione $k > 0$,
 allora intersezione esiste.

Se $\vec{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$, div per zero.
 Ma se è 0, allora
 il raggio è ortogonale a $\hat{\mathbf{n}}$
 cioè corre parallelo
 al piano: no intersez.

24

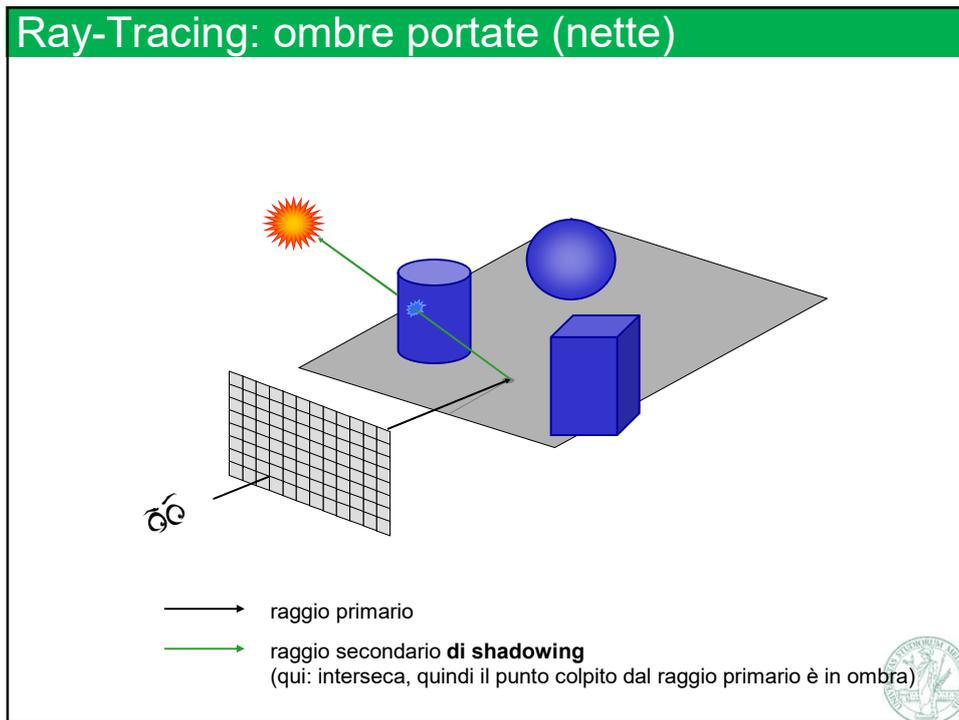


25

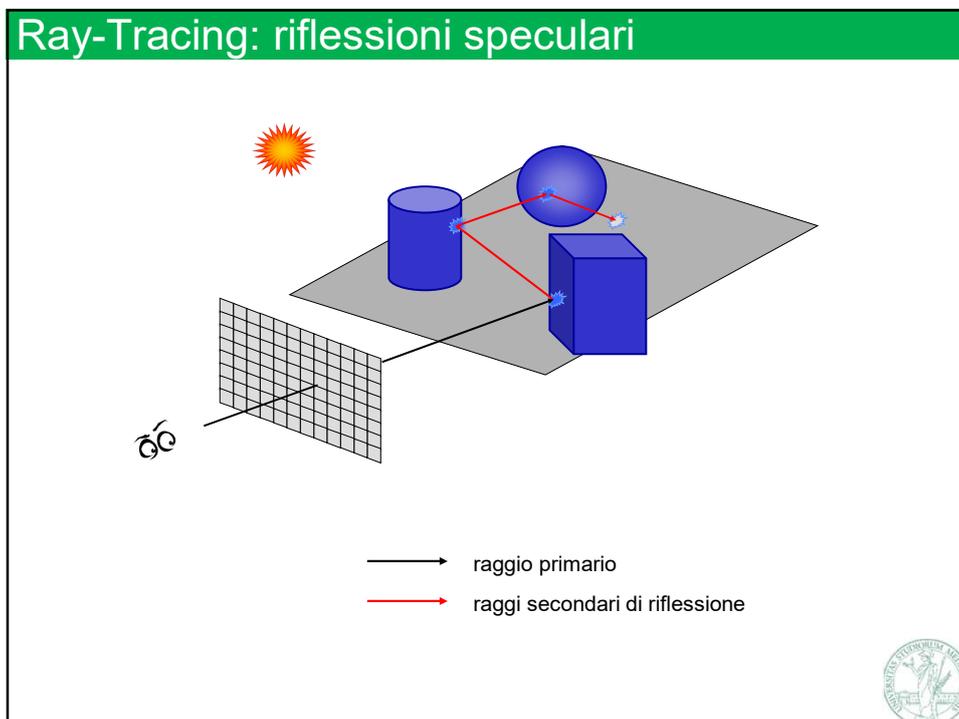
Ray Tracing (classe di algoritmi)

- ✓ Seguendo la stessa idea per un altro passo...
- ✓ **Tracciamo** a ritroso il percorso dei fotoni
 - ⇒ non solo dal POV ad un punto su un oggetto 3D,
 - ⇒ ma dall'oggetto 3D all'emettitore della luce
 - ⇒ seguendo vari passaggi
- ✓ Questo richiede di computare le intersezioni su altri raggi
 - ⇒ Detti raggi «secondari»
 - ⇒ Vediamo esempi per calcolo di ombre, di riflessioni, di rifrazioni (oggetti trasparenti)
 - ⇒ Nota: richiede solo di eseguire la stessa procedura, intersezione raggio primitiva, ancora altre volte per pixel.
- ✓ Algoritmi basati su tracciamento di raggi sono detti di Ray-Tracing (compreso il semplice ray-casting)

26



27



34

Come computare la direzione raggio riflesso?

✓ Input:

- ⇒ Direzione del raggio primario
- ⇒ Normale della superficie nel punto colpito dal raggio primario

✓ Output:

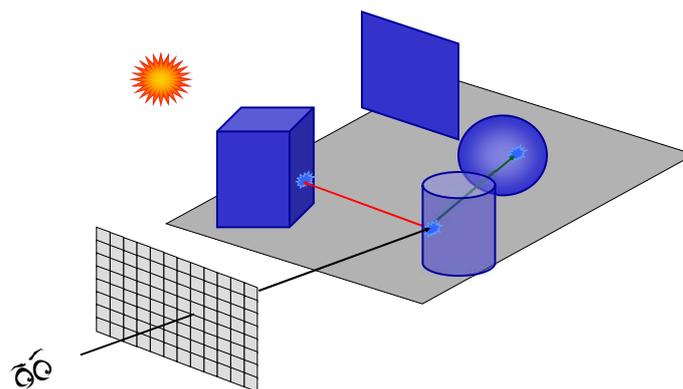
- ⇒ Direzione del raggio secondario
- ⇒ (insieme alla posizione colpita dal raggio primario, questo modella il raggio secondario di riflessione)

✓ Vediamo la soluzione nella prossima lezione



35

Ray-Tracing: semitrasparenze con rifrazioni



- raggio primario
- raggio secondario di riflessione
- raggio secondario di rifrazione



36

Ray Tracing pseudo-code: secondary rays

For each pixel p :

make a ray r (from viewpoint to p)

while (...)

for each primitive o in scene:

find if **intersect**(r, o)

keep closest intersection;

$r = \text{new_bounce}(r);$

find color for p (according to all path)



37

Ray-Tracing: tipici esempi di risultati

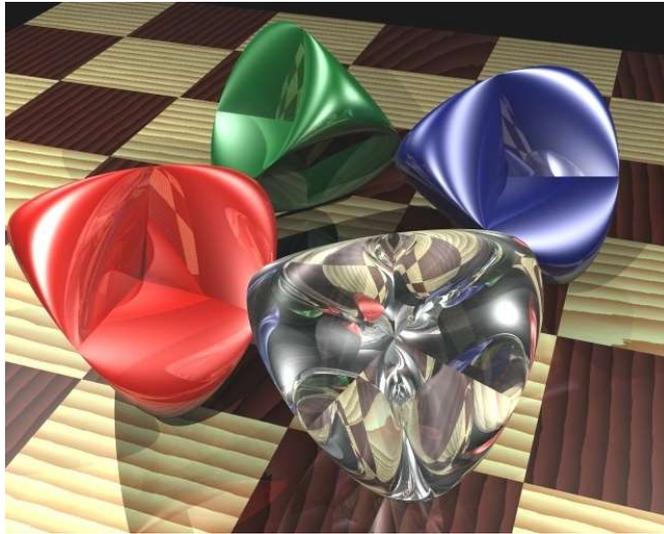


(Advanced Rendering Toolkit - Alexander Wilkie - 1999)



38

Ray-Tracing: tipici esempi di risultati

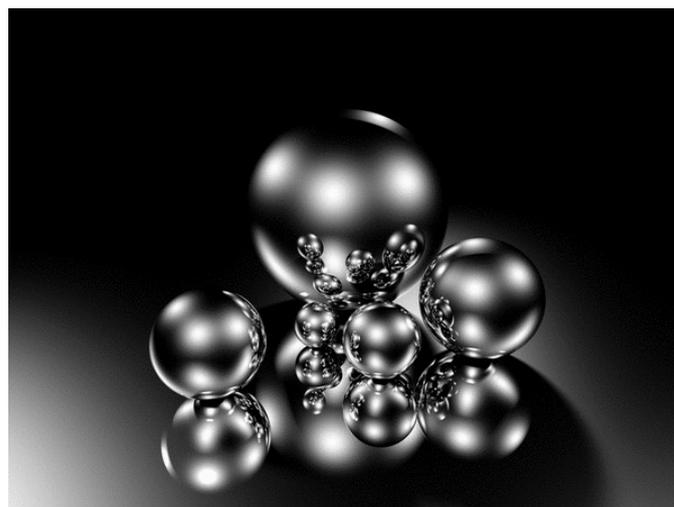


(Advanced Rendering Toolkit - Alexander Wilkie - 1999)



39

Ray-Tracing : tipici esempi di risultati



40

Algoritmi di Ray-tracing: efficienza

- ✓ Un'implementazione triviale per
 - ⇒ una scena con M oggetti («primitive»)
 - ⇒ immagini $N \times N$ pixel
 - ⇒ con K raggi per pixel (1 primario e $K-1$ secondari)richiede ben $N^2 M K$ intersezioni raggio-primitiva!
 - ⇒ È un numero molto molto elevato
 - ⇒ Complessità temporale dell'algoritmo: $O(N^2 M K)$
 - ⇒ Per questo motivo, questo tipo di algoritmi è usato soprattutto per il **rendering offline**
- ✓ Sono possibili però ottimizzazioni...
 - ⇒ per testare solo un sottoinsieme delle primitive
 - ⇒ **Implementazioni parallelizzate** attraverso GPU (infatti ogni pixel può essere computato indipendentemente dagli altri: elevato livello di **parallelismo implicito**)



41

Esempio di RayTracing su GPU (qui: con CUDA)



42