

Ripasso: prodotto Matrice × Vettore
 («riga per colonna»)

✓ “riga x colonna”
 ✓ cioè 4 prodotti dot con vettori righe

The diagram shows a 4x4 matrix with rows labeled A, B, C, and D. This matrix is multiplied by a 4x1 vector. The result is a 4x1 vector. The process is shown as the dot product of each row of the matrix with the input vector, resulting in the four elements of the output vector.

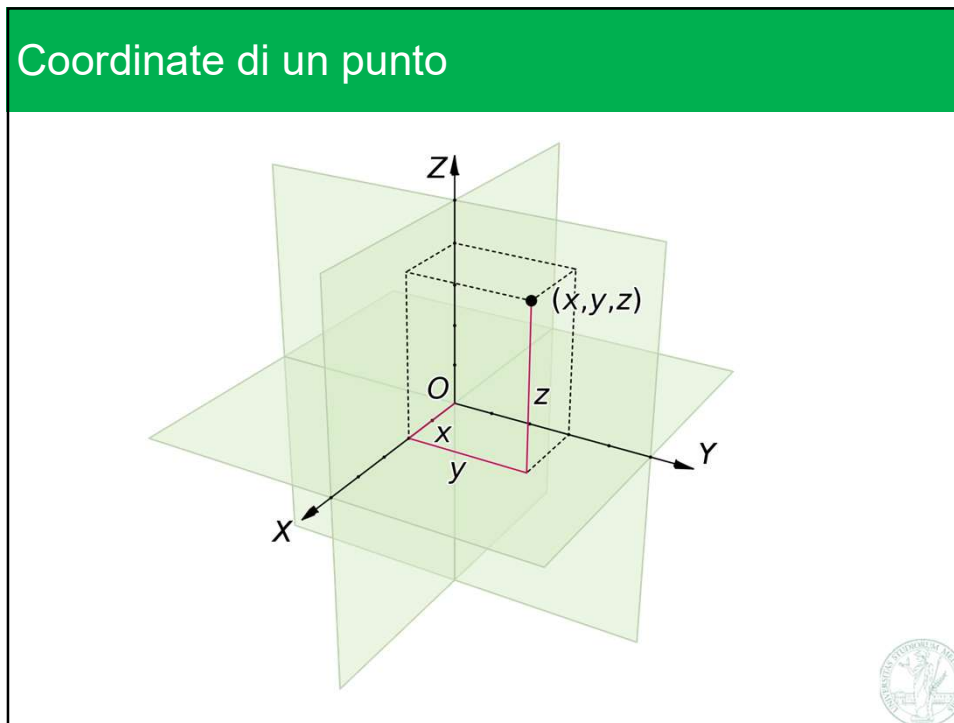
67

Ripasso: prodotto Matrice × Vettore
 («riga per colonna»)

✓ Posso scriverlo come: **combinazione lineare** dei **vettori colonna** della matrice

The diagram shows a 4x4 matrix with columns labeled A, B, C, and D. This matrix is multiplied by a 4x1 vector with elements x, y, z, and w. The result is a 4x1 vector. The process is shown as a linear combination of the columns of the matrix, weighted by the elements of the input vector.


68



69

Base vettoriale o spazio vettoriale


- ✓ Definita da tre vettori (linearmente indipendenti)
 $\{ \mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z \}$
- ✓ Posso esprimere (univocamente) ogni **vettore** \mathbf{v} come:
$$\mathbf{v} = \mathbf{a}_x x + \mathbf{a}_y y + \mathbf{a}_z z$$
- ✓ cioè:
$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{bmatrix}$$
 coordinate omogenee di \mathbf{v}



70

Sistema di riferimento o reference *frame* oppure *spazio*


- ✓ Definito da
 - ⇒ una base vettoriale $\{ \mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z \}$ (assi dello spazio)
 - ⇒ un punto di *origine* \mathbf{o}
- ✓ Posso esprimere (univocamente) ogni punto \mathbf{p} come:
$$\mathbf{p} = \mathbf{a}_x x + \mathbf{a}_y y + \mathbf{a}_z z + \mathbf{o}$$
- ✓ cioè: $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z & \mathbf{o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$ coordinate omogenee di \mathbf{p}



71

Cambio di Sistema di riferimento (o spazio)

- ✓ ogni trasformazione affine può quindi essere interpretata come un *cambio di sistema di riferimento*
- ✓ e le **colonne** della matrice descrivono
 - ⇒ 3 assi
 - ⇒ originedel **sistema di partenza** descritte nelle coordinate del **sist. di arrivo**



72

Es: traslazione

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +7 \\ 0 & +1 & 0 & +3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.5 \\ 6.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame di partenza al frame di arrivo

74

Es: traslazione

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +7 \\ 0 & +1 & 0 & +3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.5 \\ 6.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame di partenza al frame di arrivo

75

Es: traslazione

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +7 \\ 0 & +1 & 0 & +3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.5 \\ 6.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame di partenza al frame di arrivo

\hat{x} \hat{y} \hat{z} \mathbf{o}

76

Es: rot di 45° su Z

$$\begin{bmatrix} +0.7 & -0.7 & 0 & 0 \\ +0.7 & +0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.4 \\ -2.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame di partenza al frame di arrivo

77

Es: rot di 45° su Z

$$\begin{bmatrix} +0.7 & -0.7 & 0 & 0 \\ +0.7 & +0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.4 \\ -2.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame di partenza al frame di arrivo

78

Es: rot di 45° su Z

$$\begin{bmatrix} +0.7 & -0.7 & 0 & 0 \\ +0.7 & +0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.4 \\ -2.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame di partenza al frame di arrivo \vec{x} \vec{y} \vec{z} \mathbf{o}

79