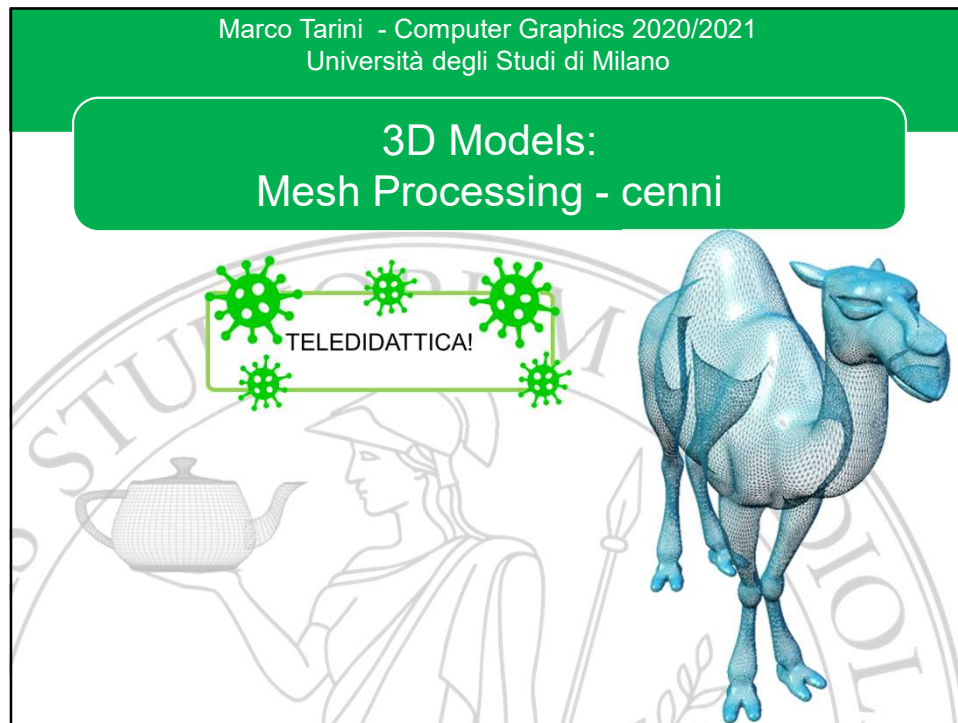
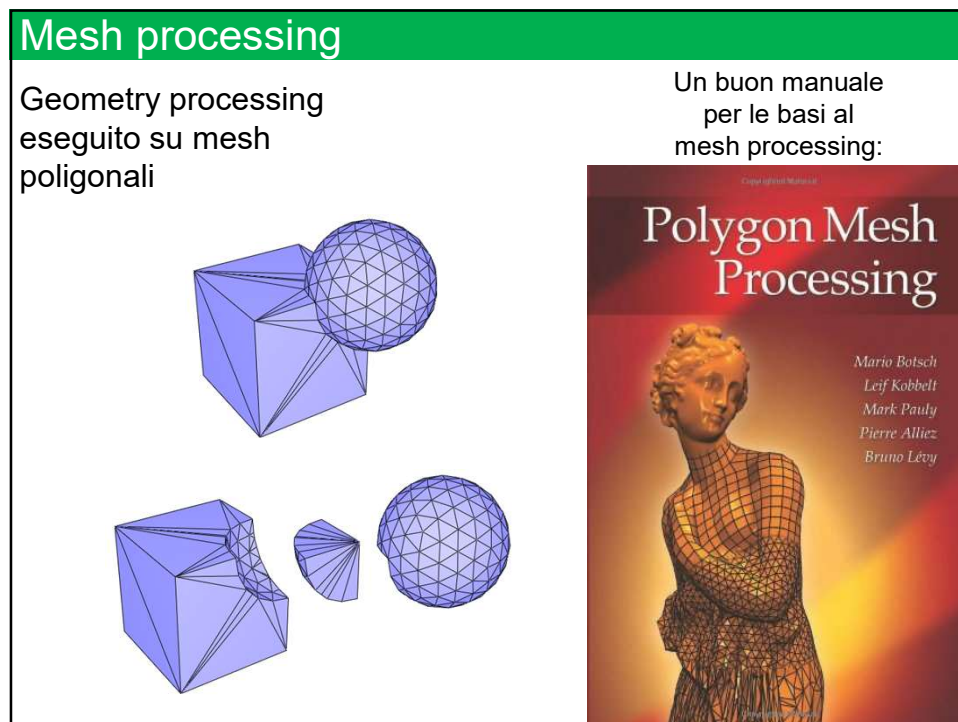




86



87

Mesh processing

Geometry processing eseguito su mesh poligonali

<https://sgp2019.di.unimi.it/>

Una conferenza internazionale su Geometry Processing che si è svolta nel nostro ateneo di recente:

Graduate school: lezioni introduttive ad argomenti avanzati di geometry processing (i video sono disponibili!)



Symposium on Geometry Processing 2019
Milan 8-10 July 2019

Home

- Program
- Keynotes
- Graduate School
- Venue & Accommodation
- Social Event
- Registration
- Committees
- Awards
- Sponsors
- Call For Papers
- Submission
- Proceedings
- Previous Editions

Home

The **Eurographics Symposium on Geometry Processing (SGP)** is the premier venue for disseminating new research ideas and cutting-edge results in **Geometry Processing**. In this research area, concepts from mathematics, computer science, and engineering are studied and applied to offer new insights and design efficient algorithms for acquisition, modeling, analysis, manipulation, simulation and other types of processing of 3D models and shape collections.

The symposium will be held the **8-10 July** in **Milan, Italy**.
An attached **Graduate School** will be held in the weekend **6-7 July 2019**.

SGP 2019 is held in cooperation with Eurographics and ACM SIGGRAPH.







Hosting institution:



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

88

Alcune lib di mesh processing (C++, opensource)



VCG-Lib

vision and computer graphic library

CNR ()



CGAL

computational geometry algorithms library

INRIA ()



OpenMesh

+  **OpenFlipper**

RWTH ()



libigl

simple geometry processing library

NYU ()



89

Mesh Processing

- ✓ Un buon applicativo di mesh processing



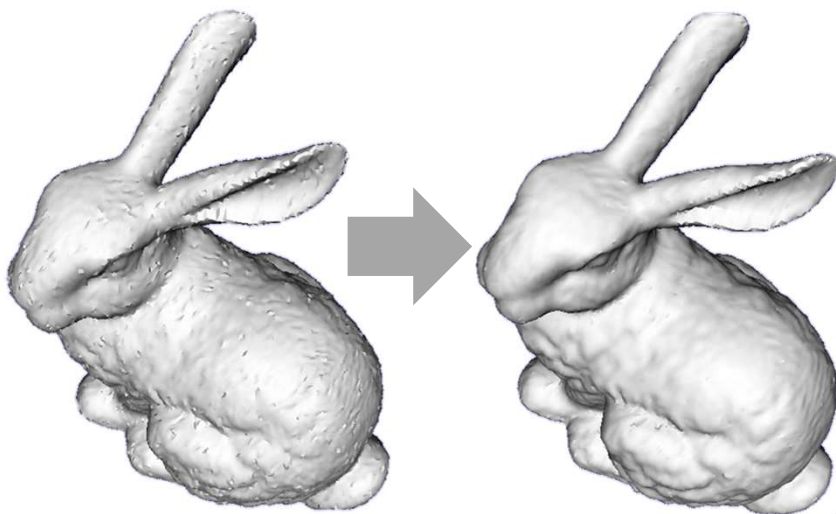
MeshLab



90

Geometry Processing tasks: examples

- ✓ Mesh denoising



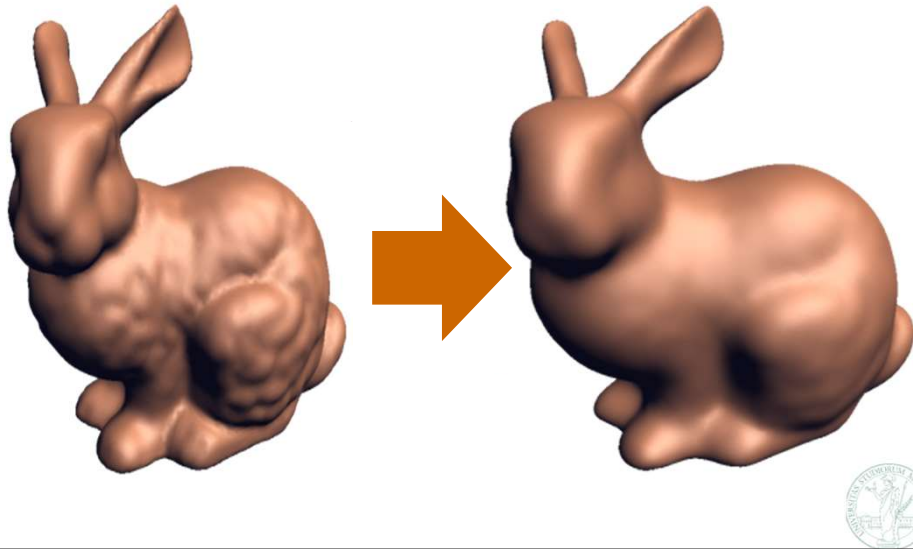
(img by Iman Sadeghi)



91

Geometry Processing tasks: examples

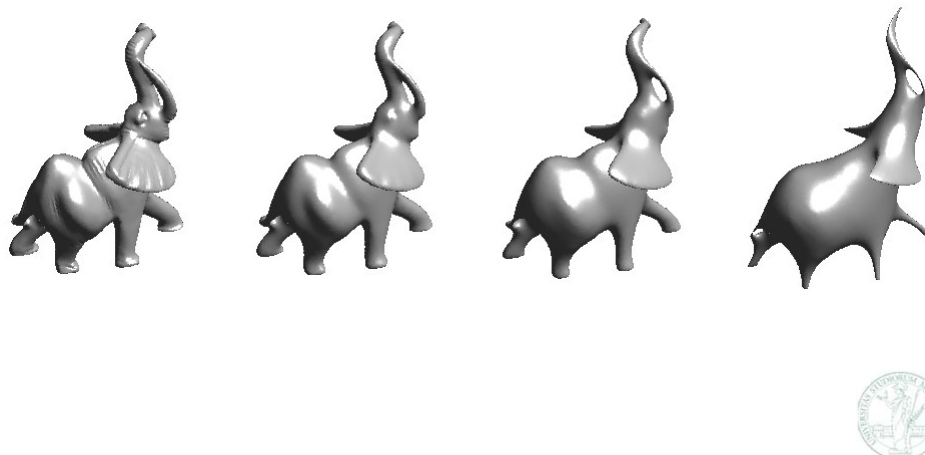
✓ Mesh smoothing



92

Geometry Processing: mesh smoothing

✓ Mesh smoothing



93

Task di Geometry Processing: meshing

- ✓ Meshing:
dato un modello 3D,
inizialmente non rappresentato come una mesh,
costruire una sua rappresentazione mesh
- ✓ Detta anche poligonizzazione, segmentazione,
tassellamento
 - ⇒ Per es,
«meshing di una nuvola di punti», come abbiamo visto
 - ⇒ Vedremo altri esempi quando vedremo altre strutture dati



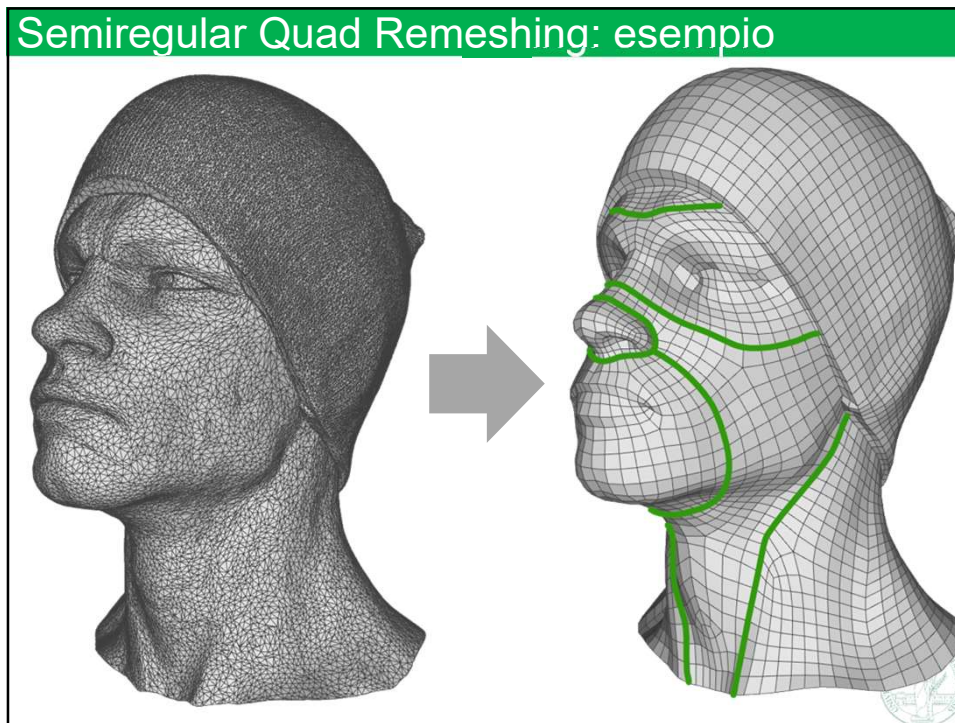
94

Geometry Processing: remeshing

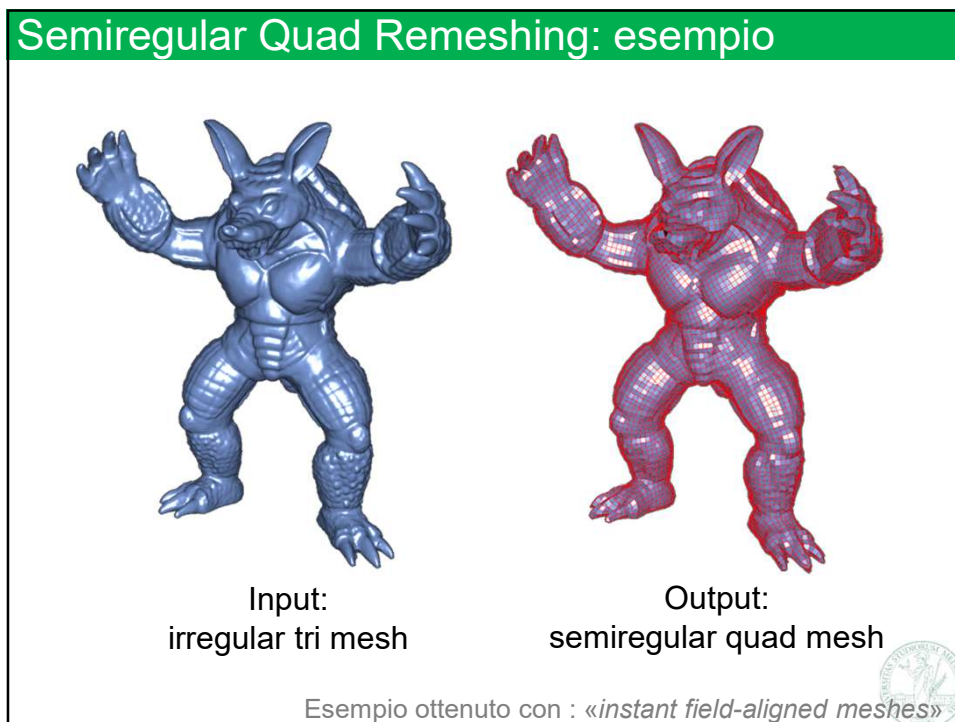
- ✓ Remeshing:
data una superficie rappresentata come una mesh,
costruire una rappresentazione mesh diversa,
- ✓ In ambiente industriale, è detto “retopology”
 - ⇒ specie quando fatto manualmente da un’artista
- ✓ La mesh di partenza differisce dalla mesh di arrivo
in termini di, per es...
 - ⇒ da tri a VS quad dominant VS quad («quad-remeshing»)
 - ⇒ (semi) regular VS irregular («semiregular-remeshing»)
 - ⇒ adaptive VS non adaptive resolution
 - ⇒ bad element shapes VS good element shapes



95

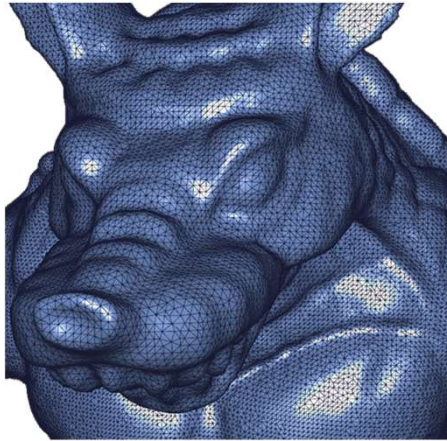


96

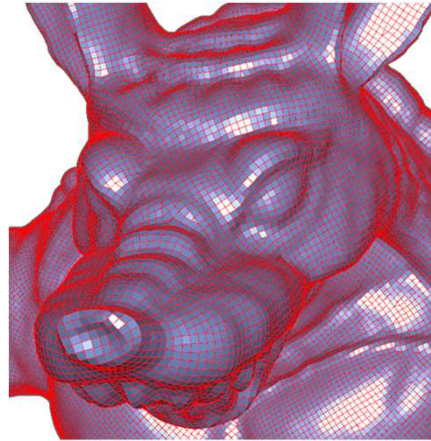


97

Semiregular Quad Remeshing: esempio



Input:
irregular tri mesh



Output:
semiregular quad mesh

Esempio ottenuto con : «*instant field-aligned meshes*»

98

Geometry Processing: remeshing

Spesso fatto per migliorare la qualità della mesh:

- ✓ rendere la risoluzione adattiva
- ✓ o, viceversa: rendere la risoluzione costante
 - ⇒ dimensione facce costante
(utile per es in una simulazione fisica)
- ✓ o, passare da triangoli a quads
- ✓ o, rendere la mesh regolare
 - ⇒ «semiregular remeshing»
 - ⇒ caso molto diffuso perchè:
le mesh catturate dal vero sono spesso irregolari
ma le mesh semi-regolari sono più utili:
più facili da editare, animare, etc

99

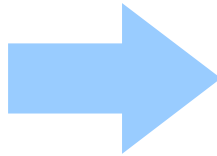
Geometry processing: semplificazione automatica

Riduzione della sua risoluzione

Non necessariamente un «remeshing» completo:
alcune parti della mesh possono essere inalterate



mesh originale
500K triangoli



mesh semplificata
2K triangles

100

Semplificazione automatica di una mesh

- ✓ Da: mesh hi-res
a: mesh low-res (detta anche low-poly mesh)
- ✓ Procedimento chiamato anche
 - ⇒ «**Mesh coarsening**»
 - ⇒ «**Poly-reduction**» (in ambiente industriale)
 - ⇒ «**Mesh decimation**»
- ✓ Motivo: la risoluzione deve essere adatta all'applicazione
 - ⇒ Molti dei procedimenti su una mesh (rendering compreso!) hanno una *complessità lineare* col numero di elementi
- ✓ Osservazione:
 - ⇒ in una nuvola di punti, bastava scegliere un sottoinsieme
 - ⇒ per mesh, è più complicato: non posso rimuovere elementi senza danneggiare le proprietà della mesh (es. chiusura)



101

Semplificazione automatica di una mesh

- ✓ Obiettivo: ottenere un buon bilancio fra:
 - ⇒ costo (risoluzione della mesh risultante, cioè numero di elementi residui)
 - ⇒ qualità (errore geometrico introdotto rispetto alla mesh originale)
- ✓ Q: come definisco l'errore introdotto?
 - ⇒ A: misuro la *distanza geometrica* fra le due superfici descritte da mesh originale e mesh semplificata
 - ⇒ cioè assumiamo:
mesh originale = «ground truth»
- ✓ Q: come definisco la distanza fra due superfici?
 - ⇒ def matematica: la risposta esula da questo corso
 - ⇒ per approfondire: cercare «hausdorff distance»
- ✓ Q: come la posso calcolare?
 - ⇒ task del geometry processing – ma la risposta esula da questo corso
 - ⇒ per approfondire: google search for
«Metro: measuring error on simplified surfaces»



102

Semplificazione automatica di una mesh

- ✓ Molte algoritmi (eristici!), seguono approcci diversi
- ✓ Le tecniche si differenziano in:
 - ⇒ Adattive e no
 - lasciano piu' triangoli dove c'e' bisogno (es non nelle zone piatte)
 - oppure riducono il numero di elementi ovunque
 - ⇒ Con garanzie su errore massimo introdotto, o no
 - viene misurato? è limitato superiormente?
 - oppure nessun limite / o nessuna misura
 - ⇒ Incrementali o discrete:
 - Ho una sequenza continua di mesh a risoluzione sempre inferiore?
 - Oppure ho solo una singola mesh finale
 - ⇒ Caratteristiche della mesh (2 manifoldness, chiusa):
 - sono sempre mantenute?
 - oppure, possono essere perse?
 - ⇒ e molto altro...
- ✓ Vediamo due esempio

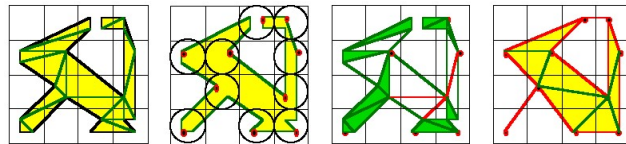


103

Semplificazione automatica

✓ Strategie a Vertex clustering:

- ⇒ dividi lo spazio 3D in una griglia regolare di cubetti
- ⇒ tutti i vertici in un cubetto vengono "collassati" in un solo vertice "rappresentante" del cluster (a posizione interpolata)
- ⇒ Ogni triangolo passa da indicizzare 3 vertici a indicizzare i 3 corrispondenti vertici rappresentanti
- ⇒ rimuovere i triangoli che sono diventati degeneri (hanno solo 1 o 2 vertici distinti – non 3)
- ⇒ Errore introdotto e numero di elementi finali: dipendono da dimensione griglia (parametro del metodo)

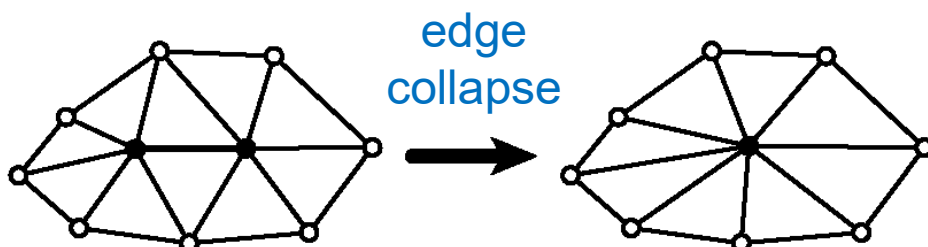


104

Semplificazione automatica di una mesh

✓ Strategia a *operazioni locali* iterate

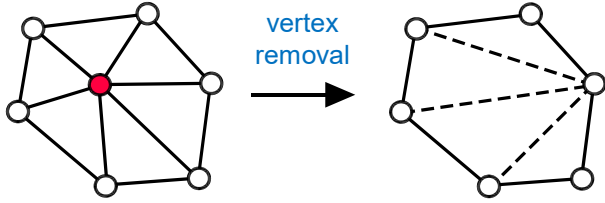
- ⇒ Operazione locale (di coarsening): modificare la mesh (connettività+geometria) solo in un intorno, lasciando il resto inalterato
- ⇒ Esempio più usato:



105

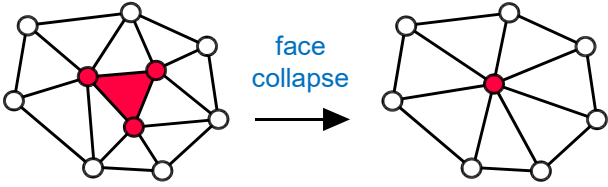
Semplificazione automatica di una mesh

✓ Altri esempi di operazioni locali:



vertex removal

nota:
si può considerare
un caso particolare
di edge collapse



face collapse

nota:
si può considerare
una successione
di due
edge collapse



106

Semplificazione automatica di una mesh

✓ Strategia a *operazioni locali* iterate

⇒ repeat

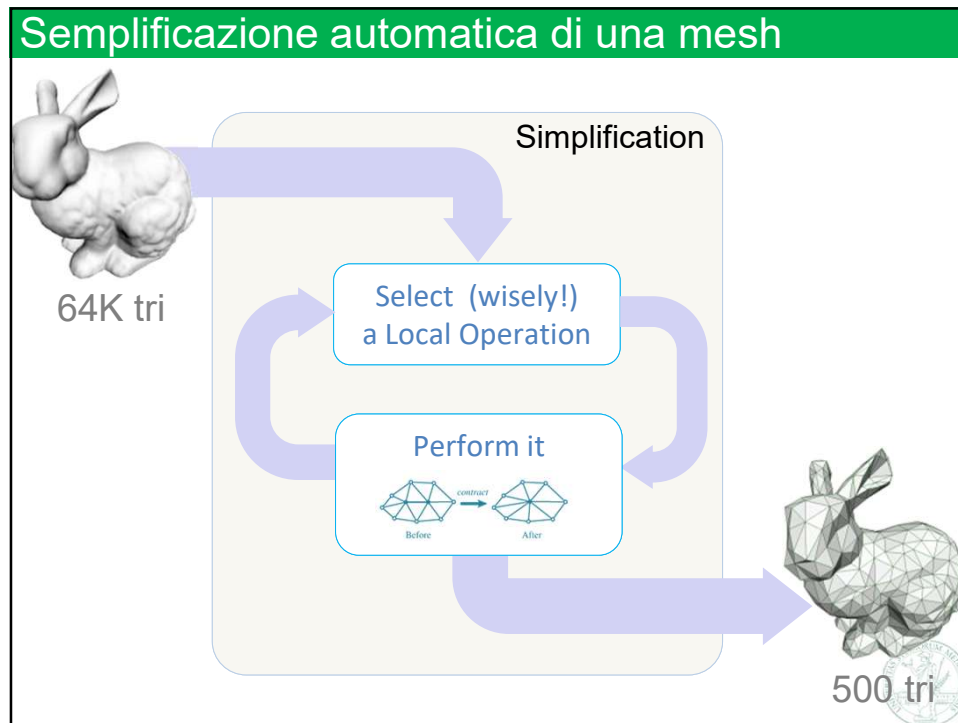
- scegli un operazione locale (secondo un criterio)
- esegui operazione locale

⇒ until obiettivo raggiunto

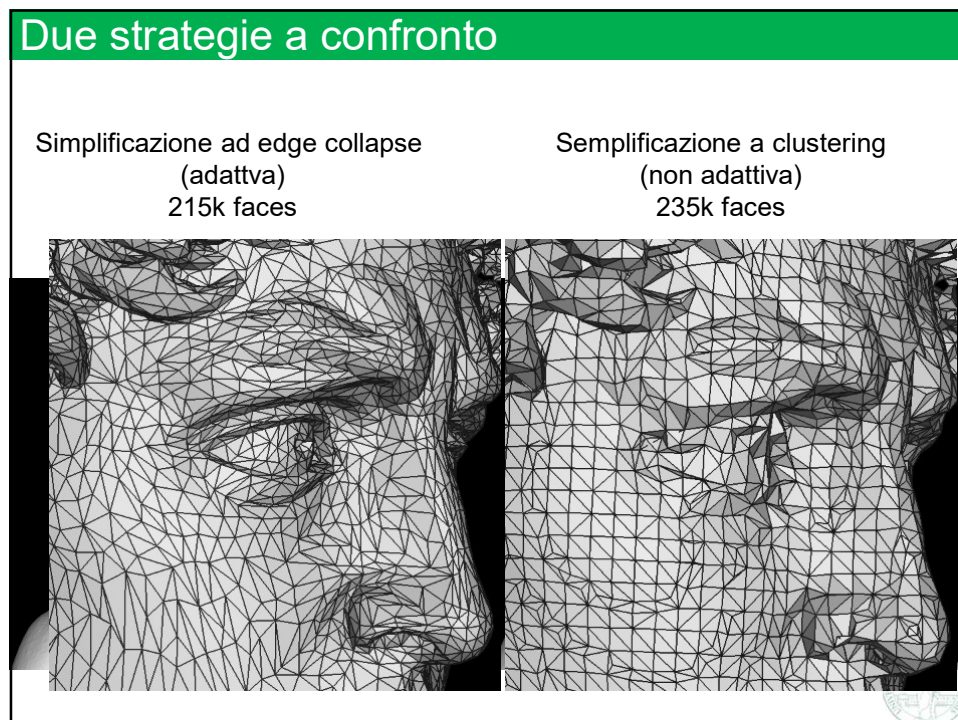
- es: risoluzione target raggiunga
- es: errore massimo superato



107



108



109

Due strategie a confronto

Semplificazione ad operaz locali

- ✓ adattiva
- ✓ continua
- ✓ possibile mirare a triangoli di forma buona
- ✓ possibile specificare errore massimo
- ✓ possibile specificare numero di facce target
- ✓ può mantenere caratteristiche mesh
 - ⇒ two-manifoldness, chiusura, classe topologia
- ✓ spesso *richiede* mesh two-manifold in partenza

Semplificazione a clustering

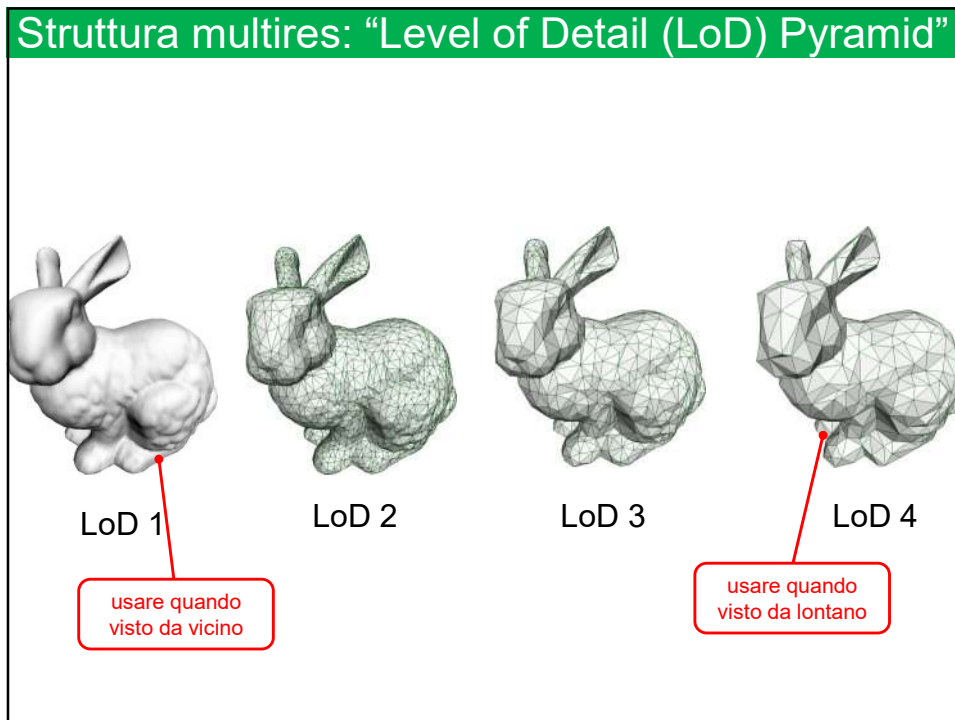
- ✓ non adattiva
- ✓ discreta
- ✓ mira a facce di dimensione simile
- ✓ possibile solo specificare dimensione griglia (solo indirettamente, errore o numero di facce)
- ✓ non mantiene caratteristiche mesh
- ✓ veloce, semplice da implementare, robusta (funziona su qualsiasi mesh)

110

Semplificazione automatica di una mesh

- ✓ Paragona le strategia in azione!
- ✓ Apri MeshLab:
- ✓ Scarica una mesh di esempio (vedi sito)
- ✓ Applica:
 - filtro «quadric edge collapse decimation»
 - filtro «clustering decimation»

111



112

Geometry Processing: mesh cleaning

- ✓ **Mesh cleaning:**
un insieme di task per la rimozione dei difetti della connettività di una mesh, cioè
 - ⇒ le situazioni non two-manifold,
 - ⇒ buchi (per es un poligono mancante)
 - ⇒ Orientamento non consistente delle face (possibile, se mesh ben orientabile)
 - ⇒ Auto-intersezioni, etc
- ✓ Molte categorie di mesh, come le mesh scansionate (acquisizione 3D), presentano spesso molti di questi difetti
- ✓ Spesso, un preprocessing necessario a altri task di geometry processing



113

Geometry Processing: le basi algoritmiche

- ✓ Gli esempi visti sono solo alcuni dei molti esempi di task affrontati dal geometry processing.
- ✓ Gli algoritmi che risolvono questi task necessitano (quasi tutti) operazioni base sulla connettività come:
 - ⇒ Data una faccia, enumera le facce adiacenti
 - ⇒ Dato un vertice, elenca tutte le facce che includono quel vertice
Dato un vertice, enumera tutti i vertici che sono connessi a quel vertice da un edge (la «stella» del vertice)
 - ⇒ Dato una faccia, elenca tutti i vertici che fanno parte di quella faccia
 - ⇒ Dato un edge, scopri se è un edge di bordo.
 - ⇒ Dato un edge di bordo, enumera tutti gli altri edge che fanno parte di quel bordo



114

Mesh Processing: le basi algoritmiche

- ✓ Gli esempi visti sono solo alcuni dei molti esempi di task affrontati nel contesto del mesh processing.
- ✓ Gli algoritmi che risolvono questi task necessitano (quasi tutti) operazioni base sulla connettività come per esempio:
(operazioni di navigazione su mesh)
 - ⇒ Data una faccia, enumera tutte le facce adiacenti
(separate da un edge)
 - ⇒ Dato una faccia ed un edge, trova la faccia (se esiste) che sta dall'altra faccia di quell'edge
 - ⇒ Dato un vertice, elenca tutte le facce che includono quel vertice
(detta la «stella» o «stella-1» del vertice)
 - ⇒ Dato un vertice, enumera tutti i vertici che sono connessi a quel vertice da un edge
 - ⇒ Dato un edge, scopri se è un edge di bordo.
 - ⇒ Dato un edge di bordo, enumera tutti gli altri edge che fanno parte di quel bordo
 - ⇒ Dato una faccia, elenca tutti i vertici che fanno parte di quella faccia
- ✓ E' necessario che queste operazioni base siano effettuate efficientemente (idealmente, in tempo costante)



115

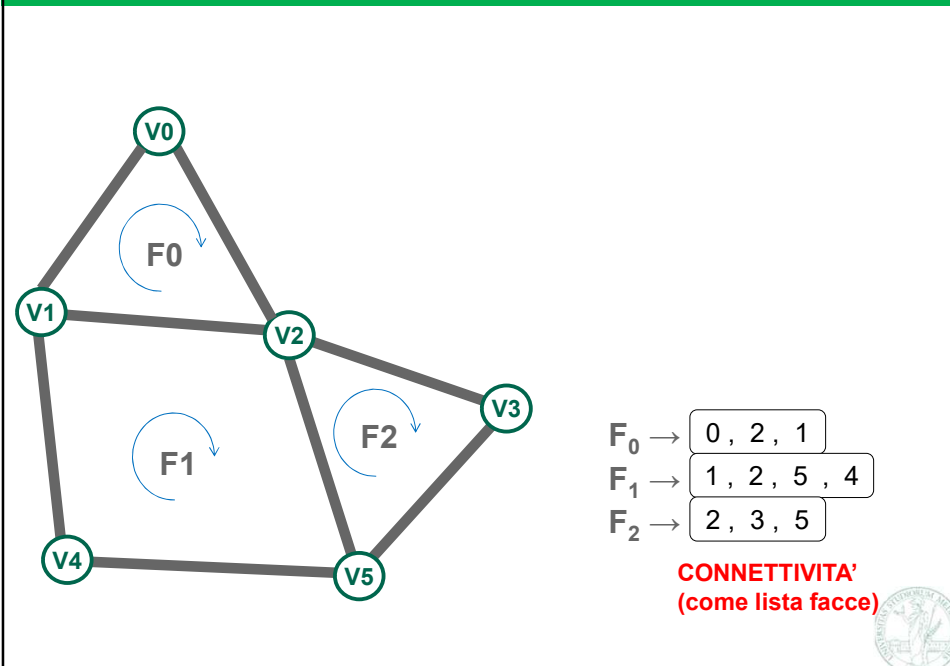
Strutture dati per Mesh Processing

- ✓ La struttura «lista facce» della mesh indexed, usata per memorizzare la connettività non consente di effettuare queste operazioni
 - ⇒ (se non attraverso una scansione dell'intero vettore delle facce, che richiede ovviamente un tempo lineare col numero di facce)
 - ⇒ (eccetto: «data una faccia, elenca tutti i vertici che fanno parte di quella faccia»)
- ✓ Per effettuare mesh processing, dobbiamo dotarci di strutture più adatte per memorizzare la connettività di una mesh
 - ⇒ svantaggio: più prolisse, onerose da mantenere durante le modifiche
 - ⇒ ma consentono di navigare sulla mesh molto più agevolmente
- ✓ Vediamo una di queste strutture

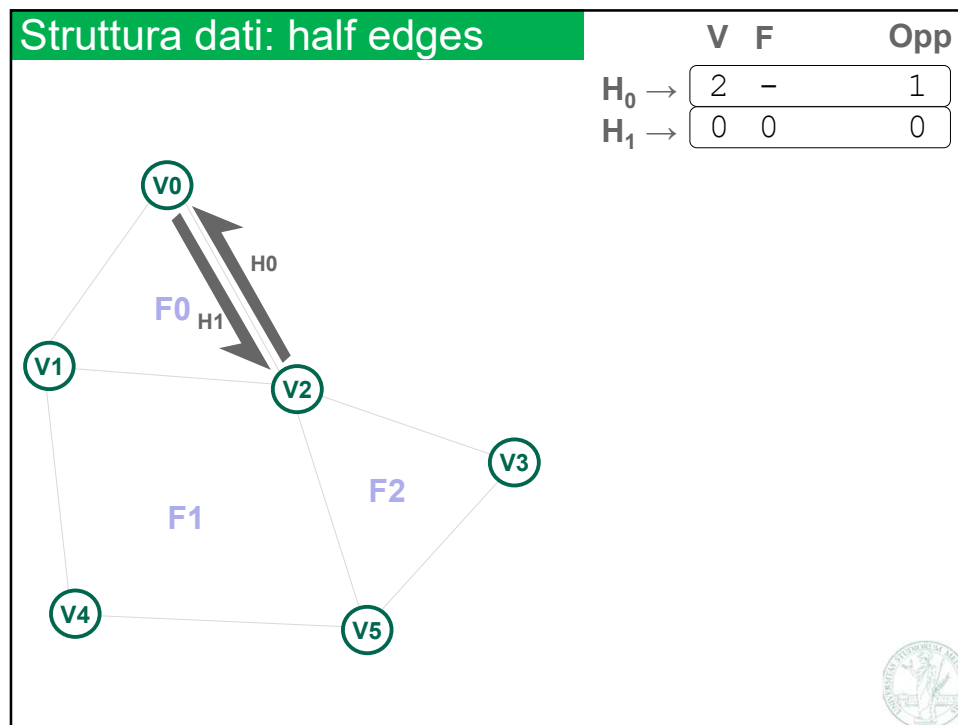


116

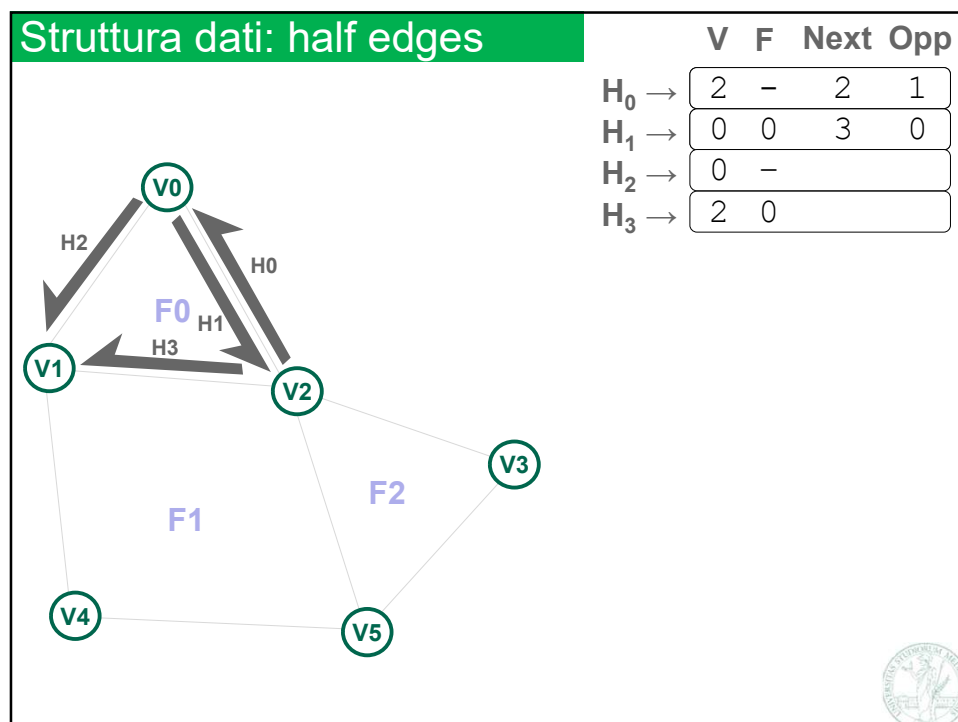
Struttura dati: connettività di una indexed mesh



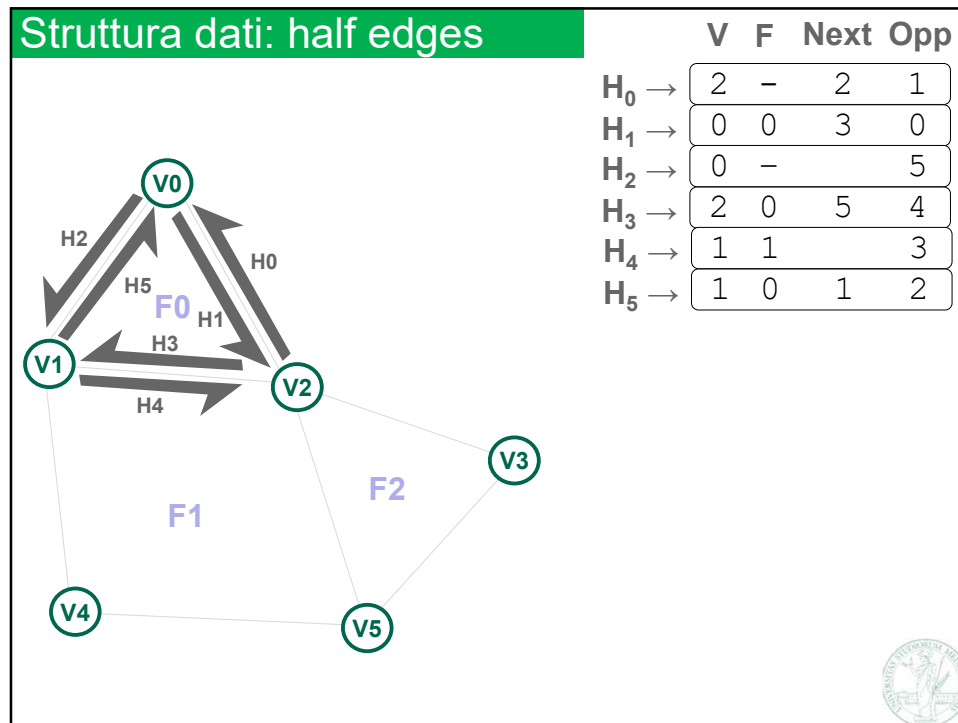
117



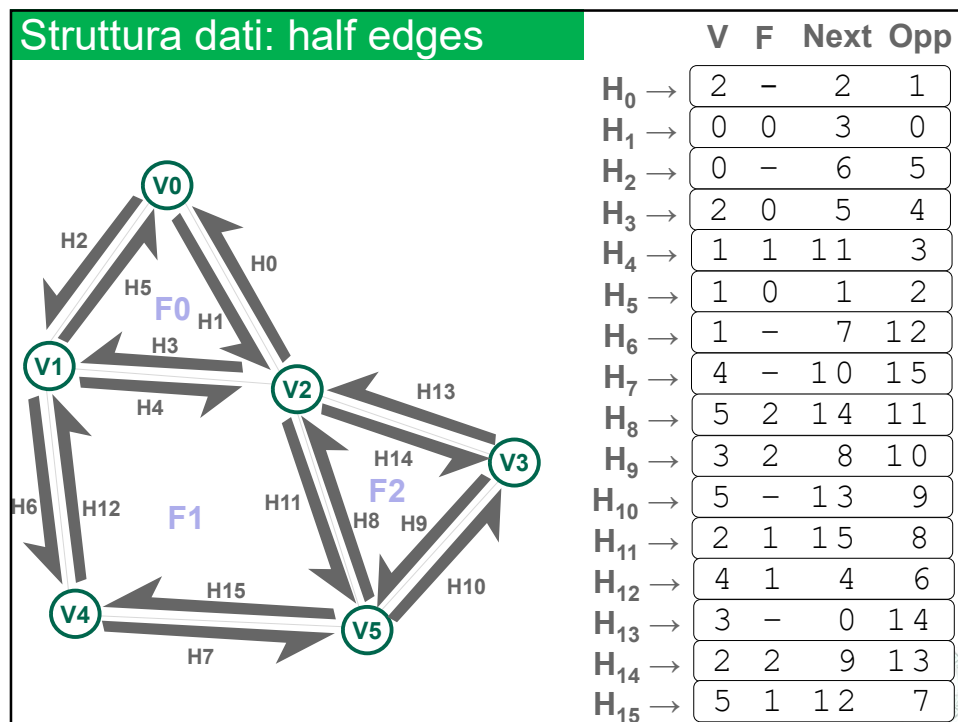
119



120



121



122

Lista di half edge

- ✓ La connettività è rappresentata da un vettore di Half Edge
- ✓ Per ogni half edge memorizzo i campi (sono tutti indici):
 - ⇒ Indice di Vertice: da quale vertice parte
 - ⇒ Indice di Faccia: di quale faccia è un bordo
 - ⇒ Next: l'indice dell'half-edge che incontro proseguendo nella direzione dell'half edge (senza cambiare faccia o bordo della mesh)
 - ⇒ Opposite: indice all'altro half-edge che condivide lo stesso edge
- ✓ Strutture a contorno:
 - ⇒ In ogni vertice, posso memorizzare l'indice di un Half-Edge che parte da quell vertice (uno qualsiasi)
 - ⇒ Posso avere un vettore di facce, per ogni faccia l'indice di un half edge appartenente a quella faccia (uno qualsiasi)



124

HalfEdge: pseudocodice Java

```
class HalfEdge {  
    int vi;    // indice di vertice  
    int fi;    // indice di faccia (o -1)  
    int next;  // indice di halfHedge  
    int opp;   // indice di halfHedge  
}  
  
// la tabella  
HalfEdge[] he = new HalfEdge( .... );
```

ed es, il valore *opposite*
del halfedge di indice 12 è

```
he[12].opp;
```

ed es, l'half edge di indice
7 fa parte della faccia

```
he[7].fi;
```

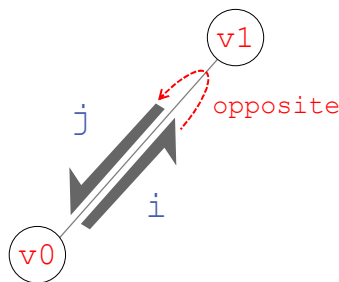


125

Esempio di uso base

- ✓ dato un halfedge di indice i ,
quali sono i due vertici $v0$ e $v1$ che delimitano l'edge
corrispondente?

```
int v0 = he[i].vi;  
int j = he[i].opp;  
int v1 = he[j].vi;
```



126

Strutture dati per connettività a confornto

- ✓ Lista facce:
- ⇒ Compatta
(quindi, adatta a storing, ad esempio su disco o streaming)
 - ⇒ Sufficiente per ad alcuni task di processing
(e in questo caso, preferibile)
 - ⇒ Il redering classico eseguito dalle GPU
è pensato per questa struttura dati
 - ⇒ E' generale: non richiede ad esempio two-manifoldness o orientamento
consistente delle faccie
(quindi: capace di rappresentare strutture inconsistenti – è un vantaggio
e uno svantaggio)
 - ⇒ Lista di elementi non omogenea, (alcune facce hanno un numero di
vertici diverso da altre).
eccetto che per tri-mesh o pure quad meshes: per loro, la lista facce è
una matrice $3 \times N$ o $4 \times N$ (comodo)

127

Strutture dati per connettività a confronto

✓ Lista di half hedge:

- ⇒ Prolissa
(calcolo: quanti interi è necessario memorizzare in media, rispetto ad una lista facce?
Ipotesi: in una tri mesh, ho vertici, facce, edge tipicamente in proporzione 1x, 2x, 3x. In una quad mesh: 1x, 1x, 2x)
- ⇒ Più complicata da mantenere coerente durante le operazioni di modifica della connettività
- ⇒ Non adatta per il rendering su GPU
- ⇒ Vantaggio: lista di elementi sempre omogenea: 4 elementi per half-edge (nella variante che abbiamo visto), anche su mesh poligonali miste
- ⇒ Consente di «navigare sulla mesh», con salti all'elemento adiacente in tempo costante (consentendo algoritmi di mesh processing in tempo lineare o pseudolineare piuttosto che quadratico)
- ⇒ Richiede adattamenti se la mesh non è two-manifold e ben orientata

✓ Nota: sono due rappresentazioni alternative di una stessa cosa (la connettività della mesh).

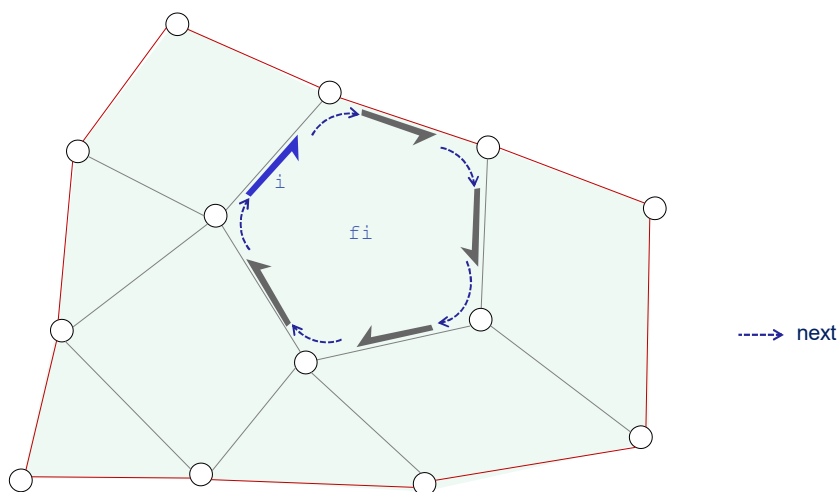
- ⇒ Una si può costruire a partire dall'altra



128

Esempio: conta quanti lati ha una faccia

- ✓ Dato un half-edge di indice i , corrispondente ad una data faccia, trova quanti lati ha questa faccia



129

Esempio: conta quanti lati ha una faccia

- ✓ Dato un half-edge di indice i , corrispondente ad una data faccia, trova quanti lati ha questa faccia

```
int fi = he[i].fi;
if (fi == -1) ... /* non esiste la faccia */
int start = i; // half edge di partenza
int lati = 0;
do {
    lati ++;
    i = he[i].next;
} while (i!=start);
```

(era un half edge di bordo)

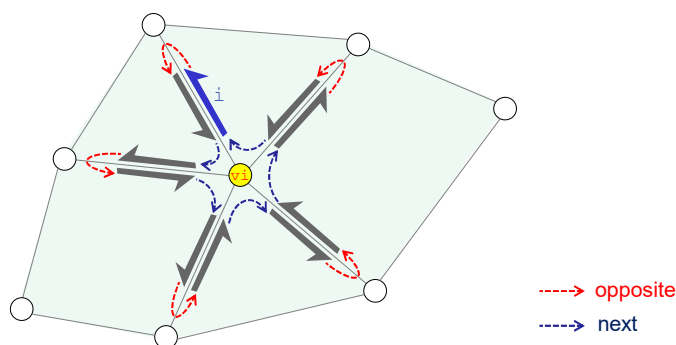
(nota: il ciclo finisce quando torno al punto di partenza)



130

Esempio: scansione di vertici attorno ad un vert

- ✓ Dato un half-edge di indice i , che emana da un vertice v_i , trova tutti i vertici v_j nella stella di v_i



(nota: il ciclo finisce quando torno al punto di partenza)



131

Esempio: scansione di vertici attorno ad un vert

- ✓ Dato un half-edge di indice i , che emana da un vertice v_i , trova tutti i vertici v_j nella stella di v_i

```
int vi = he[i].v;  
  
int start = i; // half edge di partenza  
  
do {  
    i = he[i].opp;  
    int vj = he[i].v;  
  
    /* qui: fai qualcosa con vertice vj */  
  
    i = he[i].next;  
} while (i!=start);
```

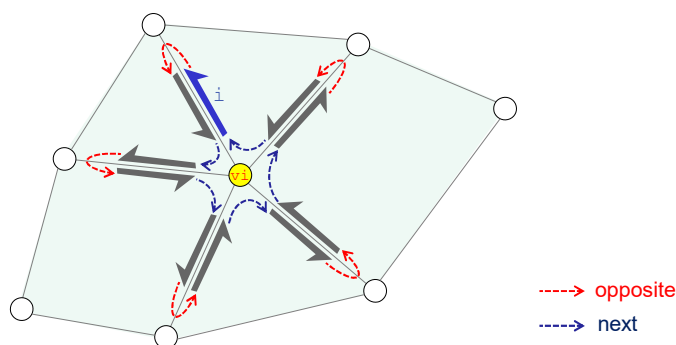
(nota: il ciclo finisce quando torno al punto di partenza)



132

Scansione di facce attorno ad un vert

- ✓ Dato un half-edge di indice i , che emana da un vertice v_i , trova tutte le facce f_j nella adiacenti a v_i



(nota: il ciclo finisce quando torno al punto di partenza)



133

Esempio: scansione di facce attorno ad un vert

- ✓ Dato un half-edge di indice i , che emana da un vertice v_i , trova tutte le faccie f_j nella adiacenti a v_i

```
int vi = he[i].v;

int start = i; // half edge di partenza

do {
    int fi = he[i].fi;
    /* qui: fai qualcosa con faccia fi */
    /* se esiste: potrebbe essere -1 */

    i = he[i].opp;
    i = he[i].next;
} while (i!=start);
```

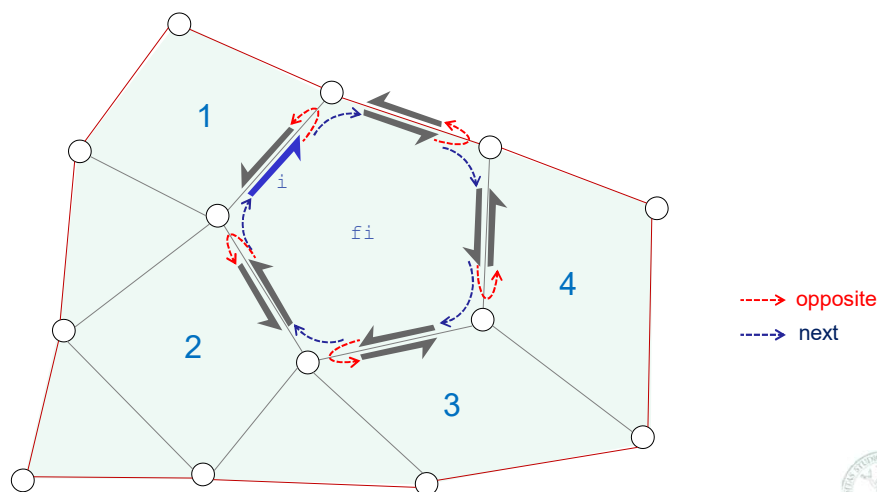
(nota: il ciclo finisce quando torno al punto di partenza)



134

Esempio: contare la faccie adiacenti da una faccia

- ✓ dato un indice di halfedge i , se confina con una faccia f_i , allora conta quante_facce adiacenti a f_i ci sono



135

Esempio: contare la faccie adiacenti da una faccia

- ✓ dato un indice di halfedge i , se confina con una faccia f_i , allora conta quante_facce adiacenti a f_i ci sono

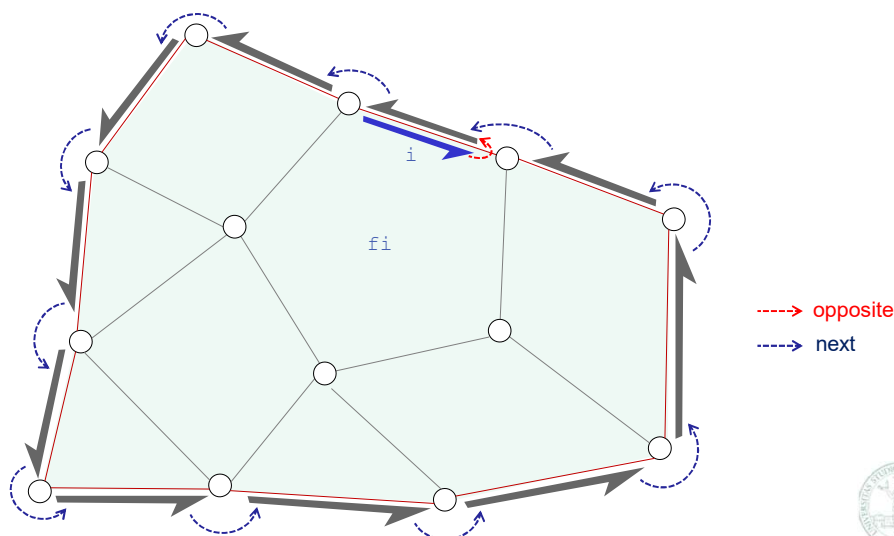
```
int fi = he[i].f;  
if (fi == -1) ... /* non esiste la faccia */  
int start = i;  
int quante_facce = 0;  
do {  
    int j = he[i].opp;  
    if (he[j].fi != -1) quante_facce ++;  
    i = he[i].next;  
} while (i != start);
```



136

Esempio: visita di un bordo (insieme di edge)

- ✓ Sia dato un indice di halfedge i , confinante con una faccia f_i ; se l'edge corrispondente è di bordo, allora scandisci tutti gli edge che fanno parte dello stesso bordo:



137

Esempio: visita di un bordo (insieme di edge)

- ✓ Sia dato un indice di halfedge i , confinante con una faccia f_i ;
se l'edge corrispondente è di bordo, allora scandisci tutti gli edge che fanno parte dello stesso bordo:

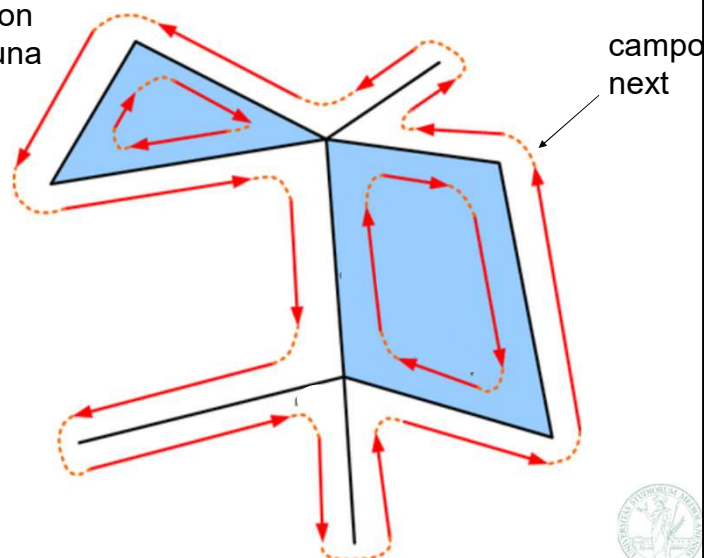
```
i = he[i].opp;  
int fi = he[i].f;  
if (fi == -1) {  
    int start = i;  
    do {  
        int i = he[i].next;  
        /* fa qualcosa con i... */  
    } while (i!=start);  
}
```



138

Esempio: visita di un bordo (insieme di edge)

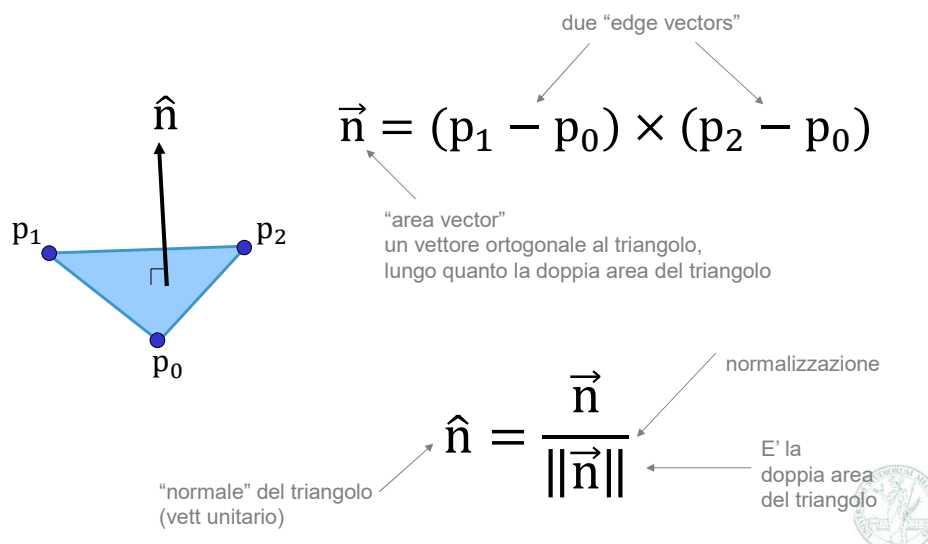
Funziona anche su
mesh con “dangling
edges” (edges non
adiacenti ad alcuna
faccia)



139

Computo della normale di un triangolo

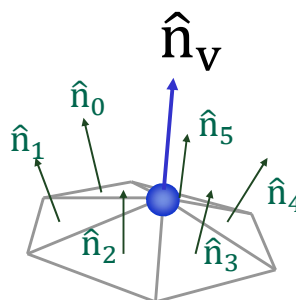
(Cioè del suo orientamento nello spazio)



140

Normali come attributo per vertice

Normale di un vertice
condiviso da k triangoli:
la loro media (interpolazione)



$$\hat{n}_v = \frac{\hat{n}_0 + \dots + \hat{n}_k}{\|\hat{n}_0 + \dots + \hat{n}_k\|}$$

Nota: dato che si normalizza il risultato,
non c'è bisogno di divider per k la somma delle normali per faccia per calcolare la loro media

142

Calcolo delle normali per faccia di una mesh (note)

- ✓ La normale delle facce triangolari è data dal semplice visto sopra
 - ⇒ per ciascuna faccia
- ✓ E' detta «normale» geometrica
 - ⇒ perché corrisponde effettivamente alla normale (costante) del piano su cui giace il triangolo
 - ⇒ che esiste sempre – a differenza di quads
 - ⇒ eccez: triangoli degeneri: 3 vertici allineati
es, 2 vertici coincidenti
- ✓ Questa normale è orientata consistentemente solo per mesh ben orientate
 - ⇒ ad es, sempre verso l'esterno in una mesh chiusa



143

Strutture per connettività a confronto: sommario

INDEXED

- ✓ HW friendly
- ✓ Navigazione... complicata
 - ⇒ richiede strutture dati ulteriori ("di adiacenza")
- ✓ Ideale solo per mesh "pure"
 - ⇒ tri-meshes,
pure quad meshes
- ✓ Compatta: 3 indici x tri
- ✓ > adatta per rendering

HALF-EDGES

- ✓ Rendering... complicato
- ✓ Navigazione semplice
 - ⇒ es: trovare tutti i vertici nella "1-star" di un vertice
- ✓ poligoni misti a piacere
- ✓ Prolissa: 12 indici per tri
- ✓ > adatta per geometry processing



144

Calcolo delle normali per vertice di una mesh (note)

- ✓ La normale per vertice di una mesh non è definita in modo univoco per via geometrica
 - ⇒ quindi dobbiamo «inventarcene» una.
- ✓ La domanda che ci dobbiamo porre è:
 - ⇒ «se questa mesh (che è composta di facce *piatte*) modella una superficie invece *curva*, quale sono le normali di questa superficie?»
 - ⇒ Non esiste una risposta univoca!
 - ⇒ Dipende da quale superficie intendo rappresentare.
- ✓ Strategia spesso utilizzata in pratica:
 - ⇒ usare una interpolazione delle facce adiacenti (per es, la media)
 - ⇒ Altre strategie sono possibili:
- ✓ *le normali (per vertice) fanno parte del modello*



145

Algoritmo per computo di normale per vertice

Passo 1: computo delle normali per faccia

- ✓ Per facce non-triangulari: si possono mediare le normali costruite su ogni wedge della faccia
 - ⇒ prodotto cross dei due edge vectors adiacenti al wedge
 - ⇒ Per trovarli, navigo gli half edge attorno alla faccia

Passo 2: computo delle normali per vertice

- ✓ Per ciascun vertice: ciclo attorno a tutte le facce adiacenti e cumulando la loro normale. Alla fine del ciclo, normalizzo

Esiste un algoritmo efficiente (cioè lineare) che usa solo la struttura «lista-facce» per la connettività invece che la struttura ad «half-edge». *Sapresti identificare questo algoritmo?*



146