

1

Una (imprefetta) categorizzazione dei tipi di modelli digitali 3D

		ELEMENTI DISCRETI			CONTINUI
		regolari «a griglia»	semi-regolari o irregolari		
			elementi simpliciali	elementi non simpliciali	
SUPERFICIALI	2-manifold <i>«rappresenta una vera superficie»</i>	Height Field Range Scan Geometry Images	Triangle Mesh	Polygonal Mesh Quad Mesh Quad dominant Mesh	Subdivision surfaces Parametric Surfaces (es. B-splines)
	non-manifold <i>«non rappresenta una sup»</i>	Set di Range Scan	Point Cloud		
VOLUMETRICI	(3-manifold)	Voxelized Volume Volumetric Textures	Tetra Mesh	Hexa Mesh	Implicit models (es. CSG)

2

Suddivisione di una mesh

- ✓ Suddividere (*subdivide*, *refine*) una mesh M :
ottenere una versione più ad hi-res di M ,
suddividendo ogni poligono di M
in poligoni più piccoli
- ✓ Attraverso un procedimento automatico,
cioè secondo uno «schema di suddivisione»
- ✓ Il contrario della semplificazione
- ✓ Esistono molti schemi diversi
- ✓ Uno schema prescrive:
 - ⇒ come ottenere la nuova connettività della vecchia
 - ⇒ come ottenere la nuova geometria (e attributi)



3

Schemi di suddivisione

- ✓ Si dividono in
 - ⇒ interpolativi, 
 - nuovi vertici vengono aggiunti,
 - i vertici originali sono mantenuti alle stesse XYZ
 - ⇒ approssimativi: 
 - nuovi vertici vengono aggiunti,
 - i vertici originali sono spostati
 - ⇒ duali (o «corner cutting»):
 - i vertici originali non vengono mantenuti
 - (vengono rimpiazzati da facce)
- ✓ Vediamo un analogo per linee
(non superfici)

La nuova superficie
interpola,
nel senso di “passa attraverso”,
i vertici originali

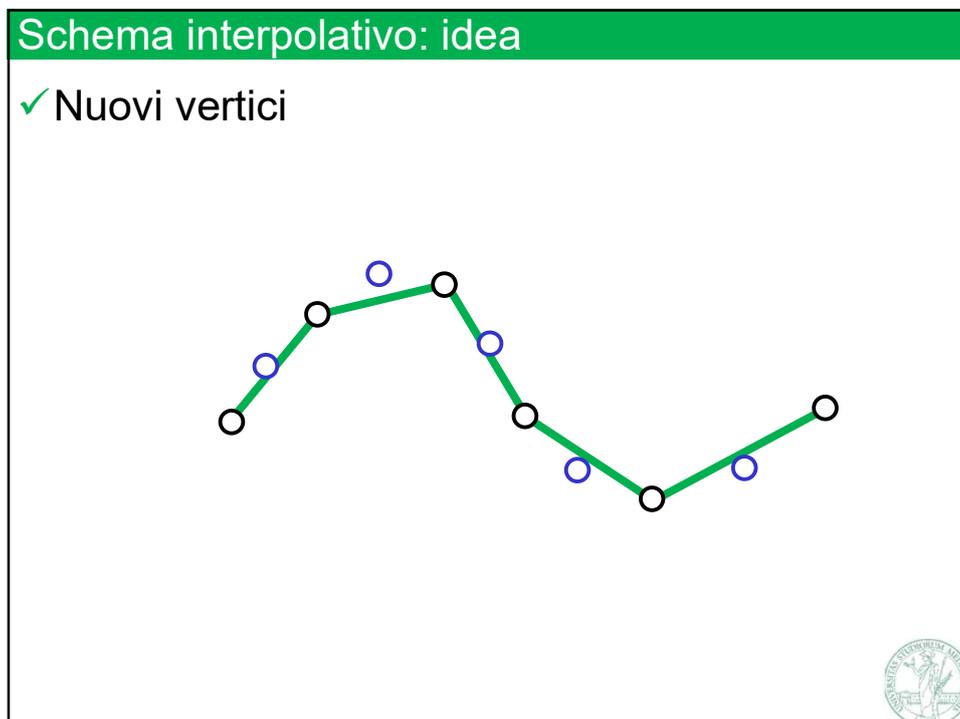
La nuova superficie
approssima,
nel senso di “passa vicino a”,
i vertici originali



4



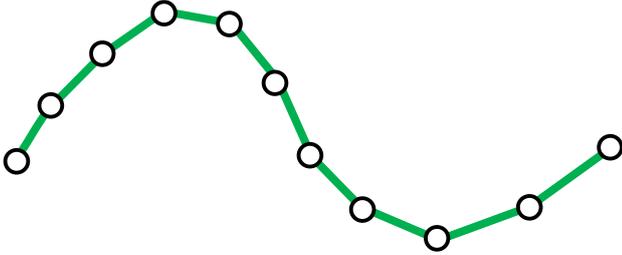
5



6

Schema interpolativo: idea

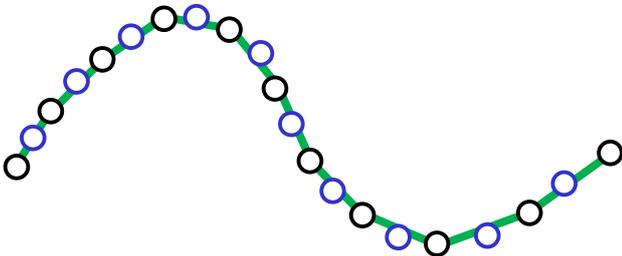
✓ Nuovi segmenti (sostituiscono i vecchi)



7

Schema interpolativo: idea

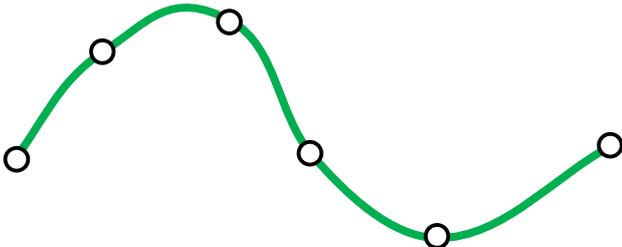
✓ Nuovo passo di suddivisione



8

Schema interpolativo: idea

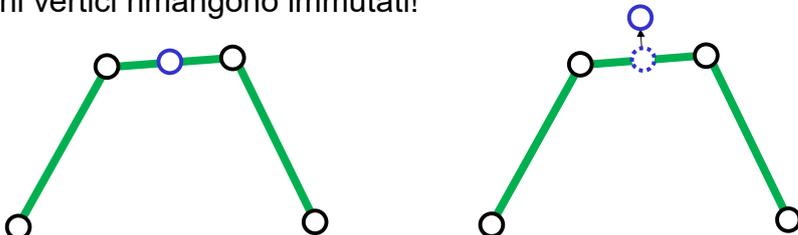
- ✓ Etc.. fino a curva limite (curva)



9

Schema interpolativo: idea

- ✓ Si iterano passi di suddivisione fino a raggiungimento di una *curva limite*
⇒ in realtà, ci si ferma dopo un numero di passi
- ✓ Ad ogni passo, si aggiungono nuovi vertici fra i vertici del passo precedente
- ✓ I vecchi vertici rimangono immutati!



- ✓ Al fine ottenere una curva smooth, le nuove pos saranno non solo interpolate fra i vicini immediati, ma anche allontanate (estrapolate) da quelli lontani



10

Schemi di suddivisione (superfici)

- ✓ Operano da:
 - ⇒ tri-mesh, o
 - ⇒ polygonal mesh, o
 - ⇒ pure-quad mesh
- ✓ Ottenendo:
 - ⇒ tri-mesh, o
 - ⇒ polygonal mesh, o
 - ⇒ pure-quad mesh
- ✓ Connettività:
 - ⇒ quali nuove vertici produco?
 - ⇒ come connetterli le nuove facce / edge ?
- ✓ Geometria:
 - ⇒ come ottenere le coordinate (e gli attributi) dei nuovi vertici (a partire dai vertici originali?)
 - ⇒ solo per schemi approssimativi: dove spostare i vertici originali?



11

Esempio: schema "butterfly": connettività

- ✓ uno schema interpolativo per mesh triangolari
 - ⇒ produce un nuovo vertice su ogni edge
 - ⇒ da ogni triangolo, ne ottiene 4



12

Esempio: schema "butterfly": geometria (e attrib)

- ✓ I vertici esistenti non si muovono
- ✓ I nuovi vertici...

$$\begin{aligned}
 \text{POS}(\odot) &= \frac{8}{16} (\text{POS}(\bullet) + \text{POS}(\bullet)) \\
 &+ \frac{2}{16} (\text{POS}(\bullet) + \text{POS}(\bullet)) \\
 &+ \frac{-1}{16} (\text{POS}(\bullet) + \text{POS}(\bullet) + \text{POS}(\bullet) + \text{POS}(\bullet))
 \end{aligned}$$

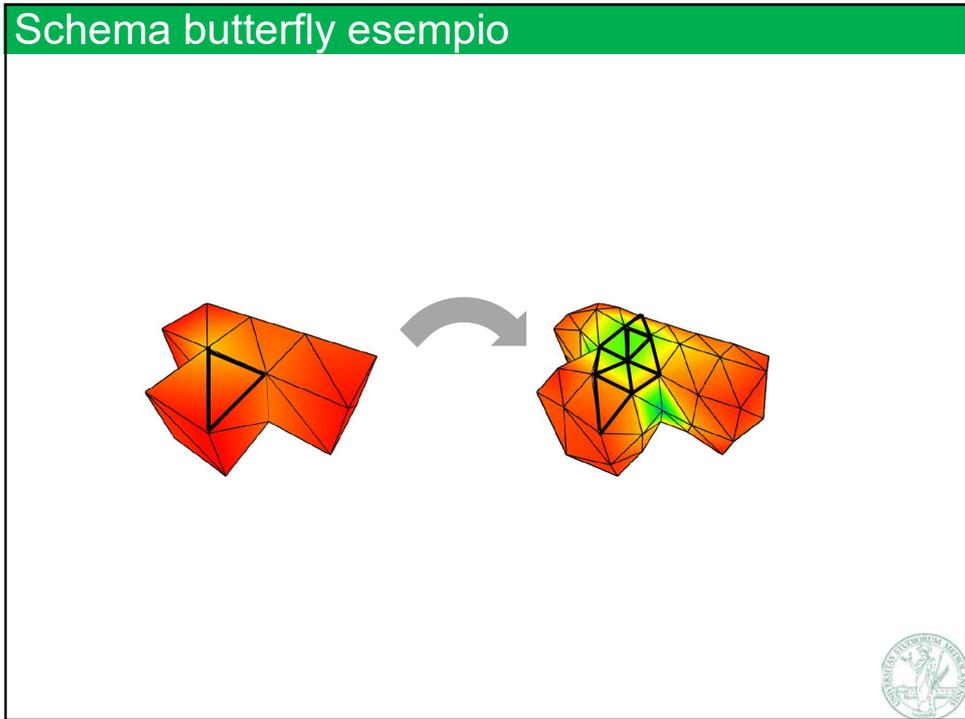

13

Esempio: schema "butterfly": geometria (e attrib)

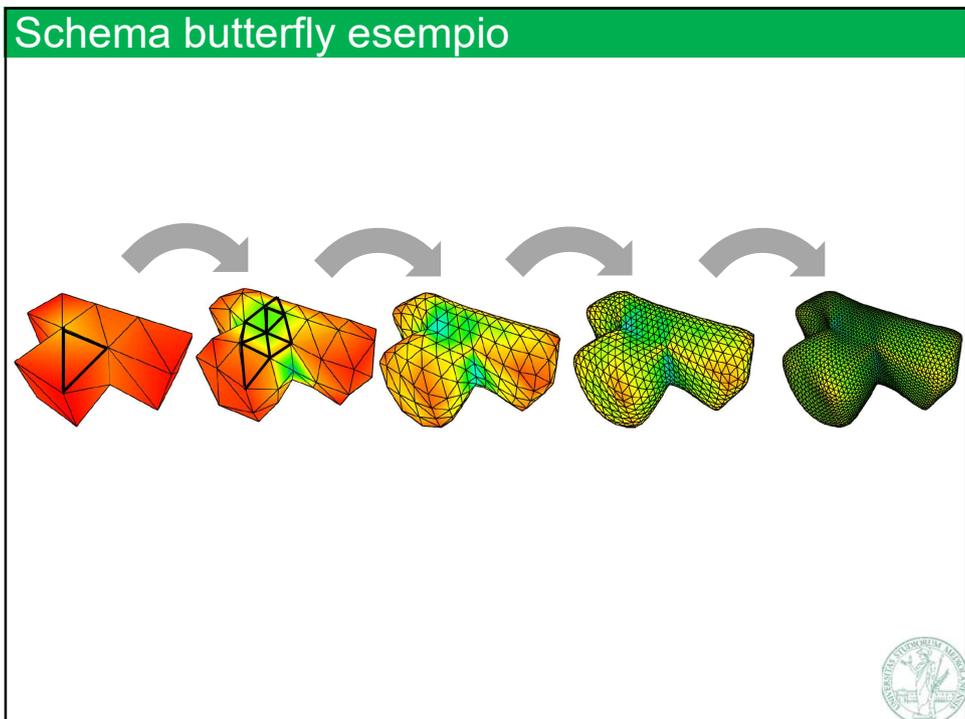
- ✓ I vertici esistenti non si muovono
- ✓ I nuovi vertici...

$$\begin{aligned}
 \text{POS}(\odot) &= 1 (\text{AVG}(\bullet)) \\
 &+ \frac{1}{4} (\text{AVG}(\bullet)) \\
 &- \frac{1}{4} (\text{AVG}(\bullet))
 \end{aligned}$$


14



15



16

Schema "Butterfly": caratteristiche

- ✓ **Regolarità**
 - ⇒ I vertici regolari rimangono tali
 - ⇒ I vertici irregolari rimangono tali
 - ⇒ Tutti i vertici aggiunti sono regolari!
 - ⇒ Quindi:
qualsiasi mesh suddivisa diventa almeno semi-regolare 😊
- ✓ **Superficie limite:**
 - ⇒ G1
 - ⇒ ma solo G0 eccetto che vertici molto irregolari:
(valenza <4 o >7)



17

Bordi

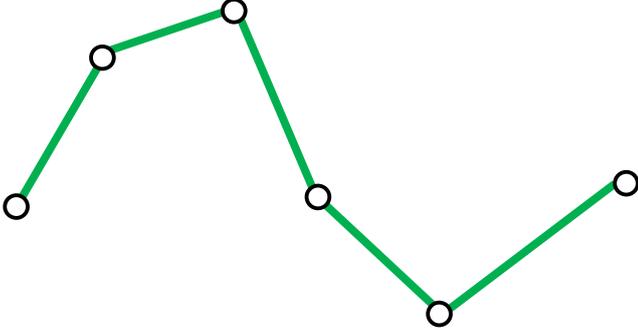
- ✓ **Nota:** per i vertici sugli edge di bordo si seguono formule diverse (vale anche per gli altri schemi)



18

Schema approssimativo: idea

✓ Init: linea spezzata



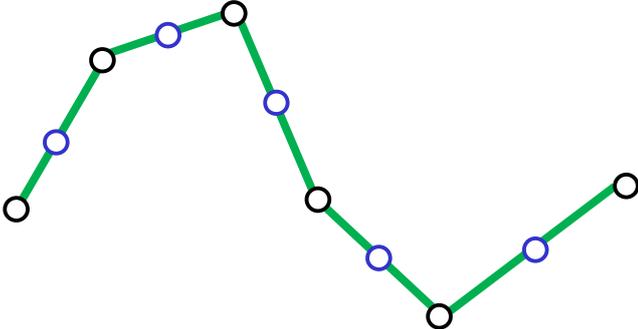
The diagram shows a green broken line with five vertices, each represented by a white circle with a black outline. The vertices are connected by straight green line segments. The line starts at a low point on the left, rises to a peak, falls to a trough, and then rises again to a point higher than the start.



19

Schema approssimativo: idea

✓ Aggiungere i nuovi vertici (interpolando)



The diagram shows the same green broken line as in the previous slide, but with additional vertices. The original five vertices are white circles with black outlines. The new vertices, added by interpolation, are blue circles with white outlines. There are two blue vertices on each of the four segments of the line, for a total of eight new vertices.

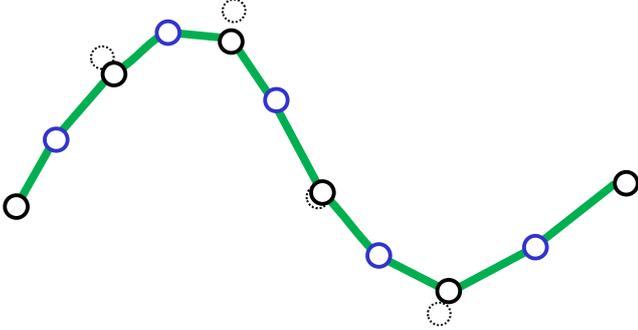
Nota: ogni segmento viene suddiviso
ma la geometria non viene cambiata



20

Schema approssimativo: idea

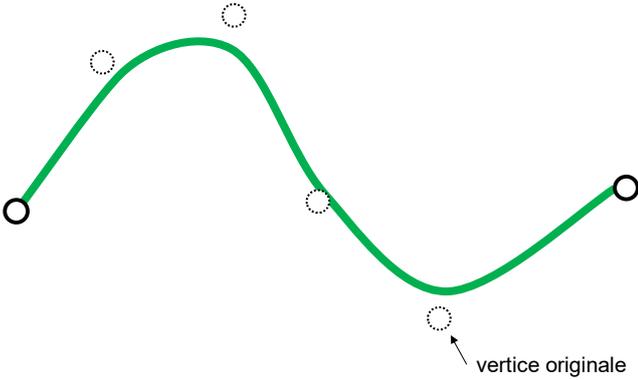
✓ Smooth: spostare i *vecchi* vertici verso la media dei loro vicini



21

Schema approssimativo: idea

✓ Ripetere fino a raggiungimento curva limite



vertice originale



22

Schema approssimativo: idea

- ✓ Si iterano passi di suddivisione fino a raggiungimento di una *curva limite*
 - ⇒ in realtà, ci si ferma dopo un numero di passi
- ✓ Ad ogni passo, si aggiungono nuovi vertici interpolando fra i vertici del passo precedente
- ✓ Al fine di ottenere la smoothness, si spostano i vecchi vertici verso i loro vicini



- ✓ La curva finale NON passa per i vertici originali



23

Schema "Loop"

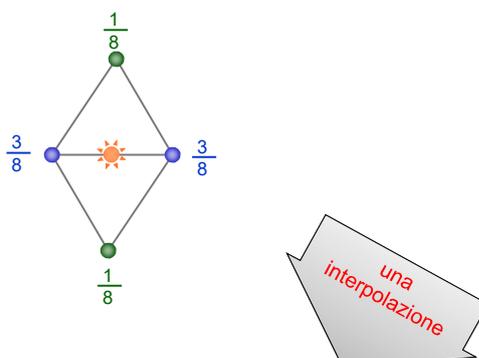
- ✓ By Charles Loop (1987)
 - ⇒ uno schema approssimativo per triangle mesh
- ✓ Connettività:
 - ⇒ esattamente come butterfly
 - ⇒ schema da 1 ==> 4 per triangle meshes



24

Schema "Loop": geometria (e attrib)

✓ I nuovi vertici vengono creati in:

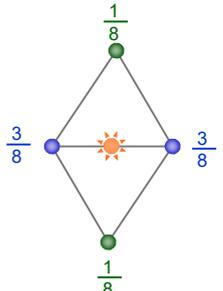


$$\text{POS}(\odot) = \frac{3}{8} (\text{POS}(\bullet) + \text{POS}(\bullet)) + \frac{1}{8} (\text{POS}(\bullet) + \text{POS}(\bullet))$$


25

Schema "Loop": geometria (e attrib)

✓ I nuovi vertici vengono creati in:



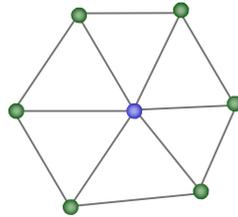
$$\text{POS}(\odot) = \frac{3}{4} (\text{AVG}(\bullet)) + \frac{1}{4} (\text{AVG}(\bullet))$$


26

Schema "Loop": geometria (e attrib)

✓ I vertici originali si spostano in:

è uno schema "approssimativo" 



$$\text{nuova POS}(\bullet) = t (\text{POS}(\bullet)) + (1-t) (\text{AVG}(\bullet))$$

valore t dipende dalla valenza del vertice

per vertici regolari (valenza 6) $t = 5/8$

regola generale per valenza n : $t = \frac{3}{8} + \left(\frac{3 + 2 \cos(360^\circ/n)}{8} \right)^2$



27

Schema "Loop": caratteristiche

✓ Regolarità

⇒ I vertici regolari rimangono tali

⇒ I vertici irregolari rimangono tali

⇒ Tutti i vertici aggiunti sono regolari!

⇒ Quindi:

qualsiasi mesh suddivisa diventa almeno semi-regolare ☺

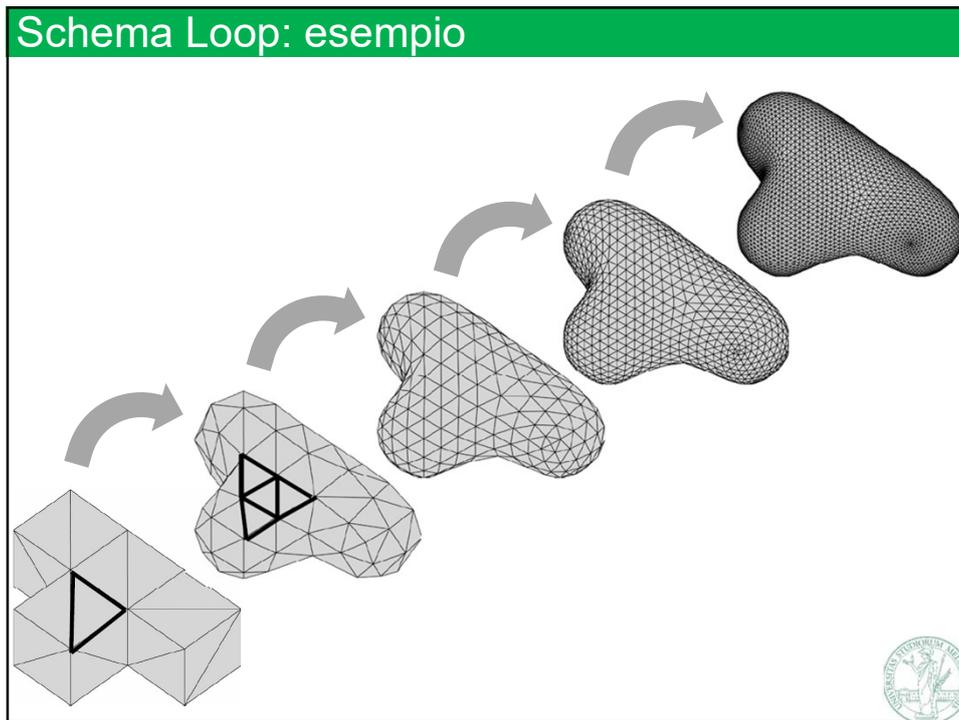
✓ Superficie limite:

⇒ G1 sui vertici irregolari

⇒ G2 altrove ☺ ☺



29



30

Schema Loop e Butterfly: incremento risoluzione

- ✓ Mesh iniziale:
 - ⇒ F facce ($\sim 2x$)
 - ⇒ E edge ($\sim 3x$)
 - ⇒ V vertici ($\sim x$)

una mesh di triangoli con
 x vertici ha in media
2x facce
3x edge
- ✓ Dopo un passo:
 - ⇒ (4F) facce ($\sim 8x$)
 - ⇒ (2E + 3F) edge ($\sim 12x$)
 - ⇒ (V + E) vertici ($\sim 4x$)
- ✓ Ogni passo: risoluzione quadruplica

31

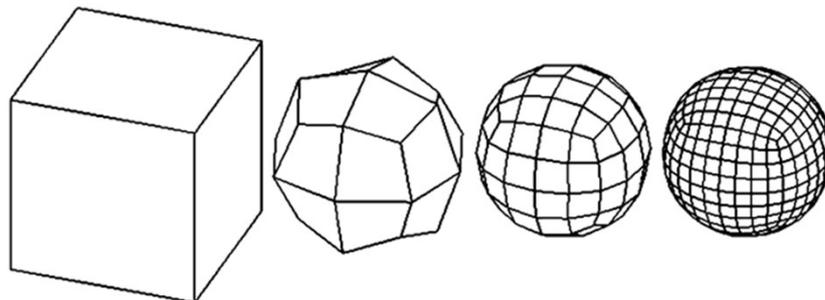
Schema Catmull-Clark

- ✓ Uno schema approssimativo per mesh poligonali
 - ⇒ adatto a mesh quad dominant o pure quad
- ✓ Recente aumento di popolarità causa GPU rendering
 - ⇒ suddivisione fatta al volo in GPU in fase di rendering
 - ⇒ «Dynamic Hardware Tessellation»

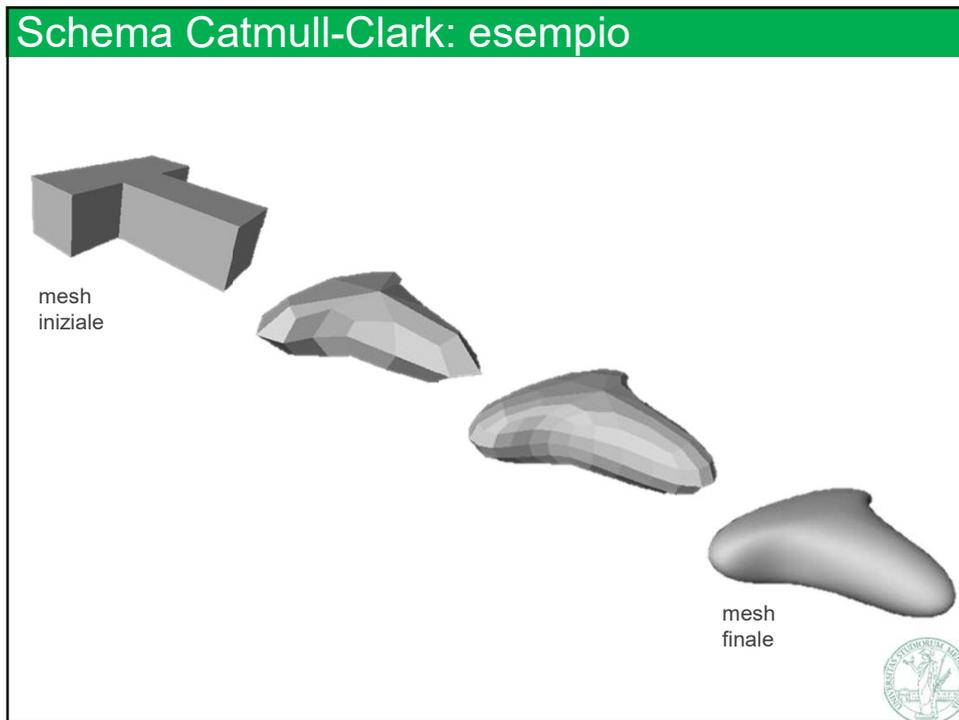


32

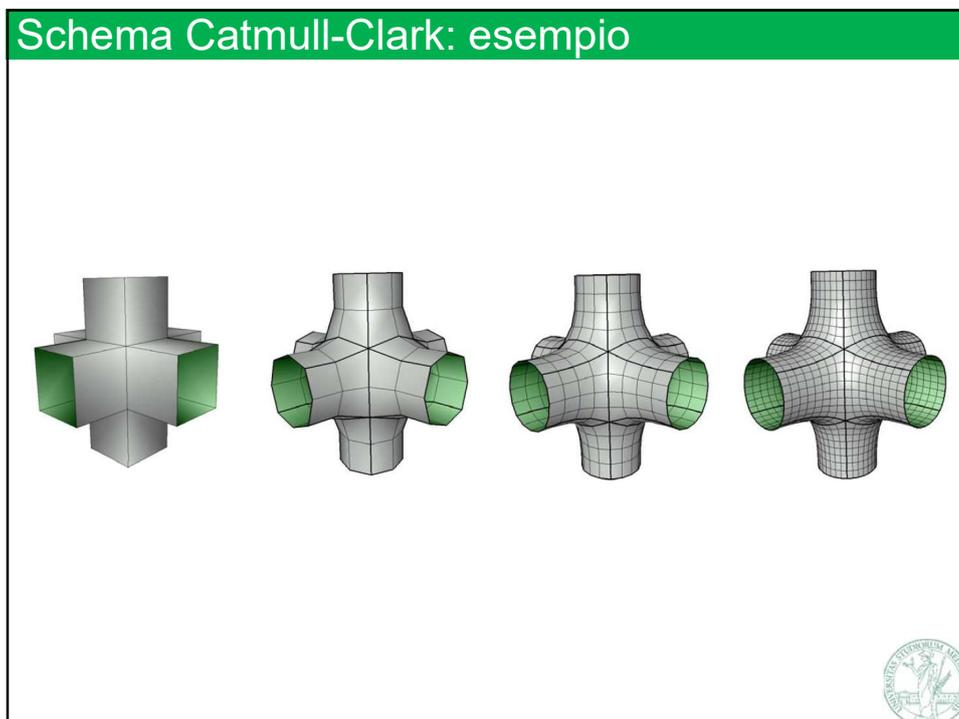
Schema Catmull-Clark: esempio



33



34



35

Schema Catmull-Clark: proprietà

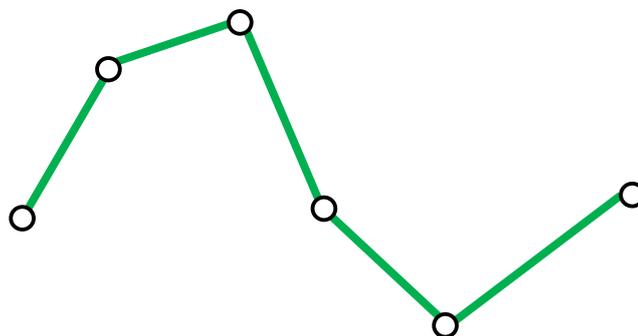
- ✓ Uno schema approssimativo per mesh poligonali
 - ⇒ adatto a mesh quad dominant o pure quad
- ✓ Regolarità:
 - ⇒ I vertici regolari / irregolari rimangono tali
 - ⇒ I nuovi vertici aggiunti sugli edge: sono regolari
 - ⇒ I nuovi vertici aggiunti nei quad: sono regolari
 - ⇒ I nuovi vertici aggiunti in facce non quad: irregolari
 - ⇒ Tutte le facce create sono quad!
 - ⇒ Una mesh **quad-dominant** semiregolare diventa **pure-quad** semiregolare
- ✓ Complessità: in media quadruplica
- ✓ Limit surface:
 - ⇒ G1 sui vertici irregolari
 - ⇒ G2 altrove



36

Schemi duale: idea

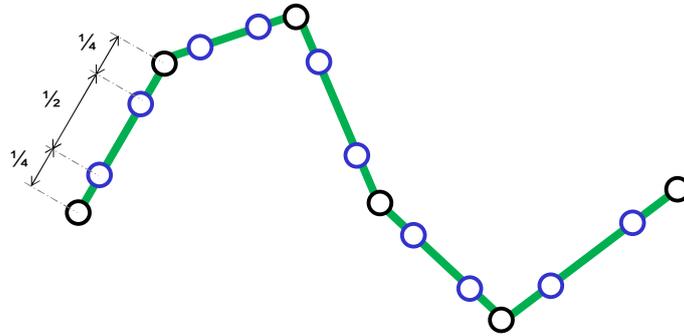
- ✓ Init: linea spezzata



37

Schemi duale: idea

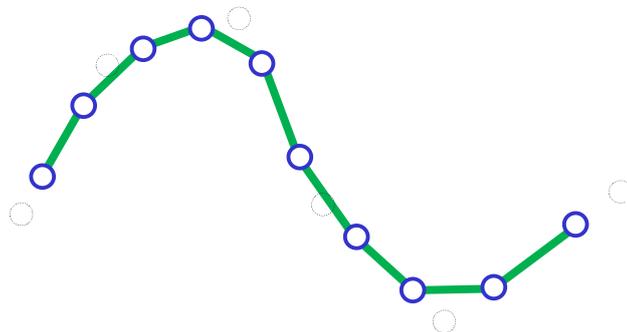
✓ Introdurre due nuovi vertici per segmento



38

Schemi duale: idea

✓ Rimuovere i vertici precedenti



40

Schemi duale (o corner cutting): idea

✓ Esempio in 2D



41

Schema Doo-Sabin

- ✓ Uno schema duale per mesh poligonali generiche
- ✓ Sostituisce la mesh originale M con una che ha:
 - ⇒ n vertici dentro ogni faccia a n lati di M
 - ⇒ 1 faccia per ogni vertice, edge, faccia di M
- ✓ Smoothness:
 - ⇒ $G1$ quasi ovunque



42

Schema Doo-Sabin: esempio di un passo

Step 1)
 Disegno una faccia
 più piccola dentro ogni faccia
 (con lo stesso numero di lati)
 Con I suoi propri vertici

Step 2)
 Cancello i vecchi vertici ed edge,
 Connetto i nuovi vertici con nuovi edge
 Creando nuove facce (rossi)
 Un quad per ogni vecchio edge
 Un poligono su ogni vecchio vertice

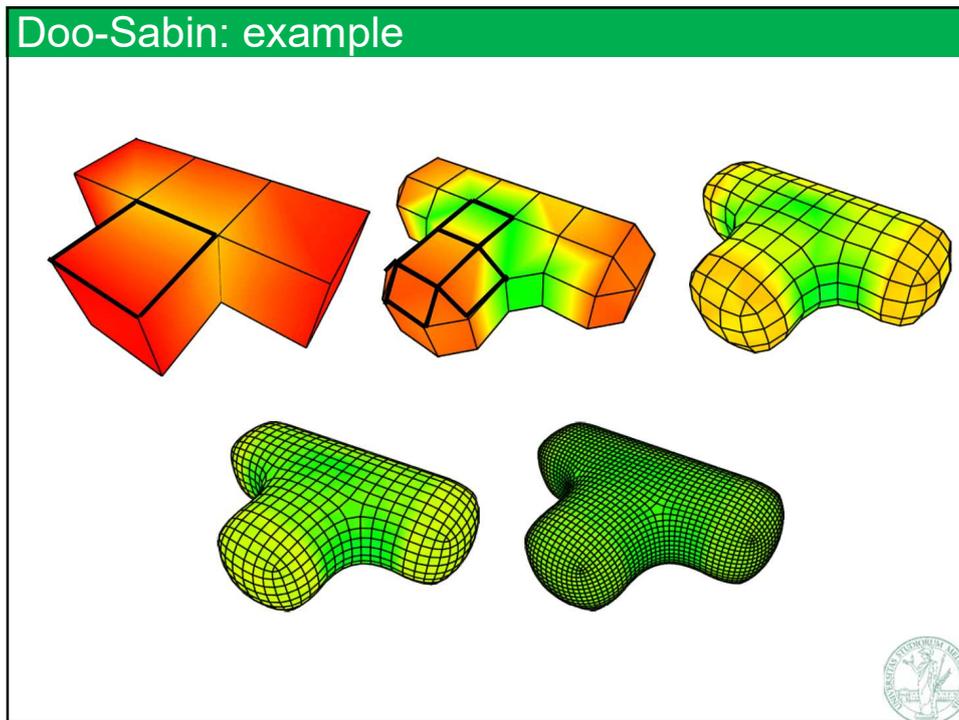
43

Schema Doo-Sabin: esempio di un passo

A: vertice a valenza 3
 B: vertice a valenza 4
 C: edge che connette A a B

A: faccia di 3 lati
 B: faccia di 4 lati
 C: faccia (4 lati)

44



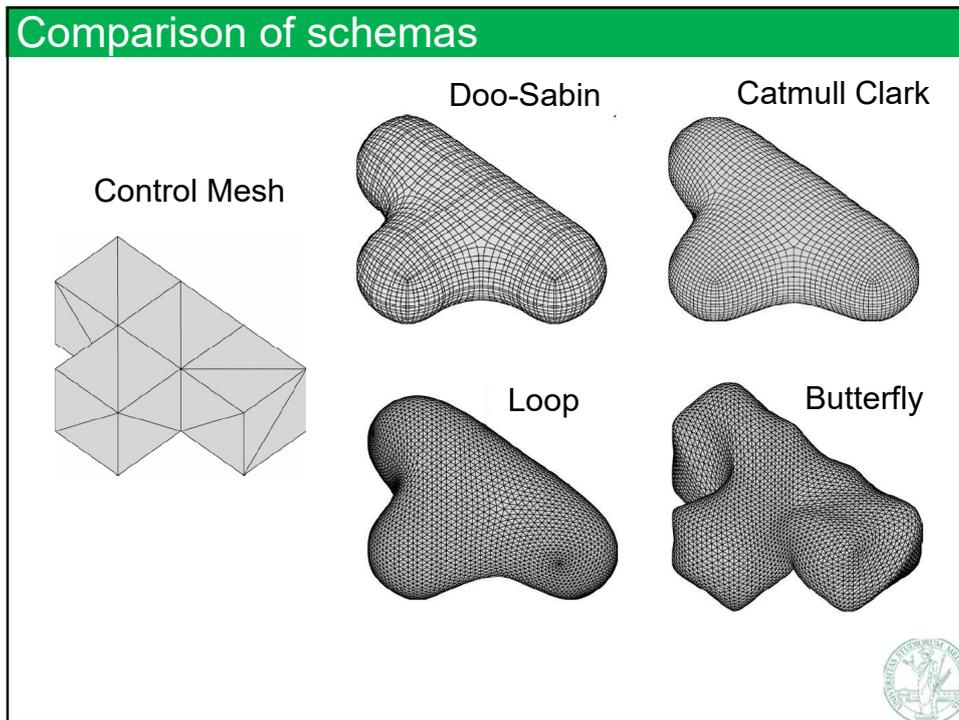
45

Schemi di suddivisione classici

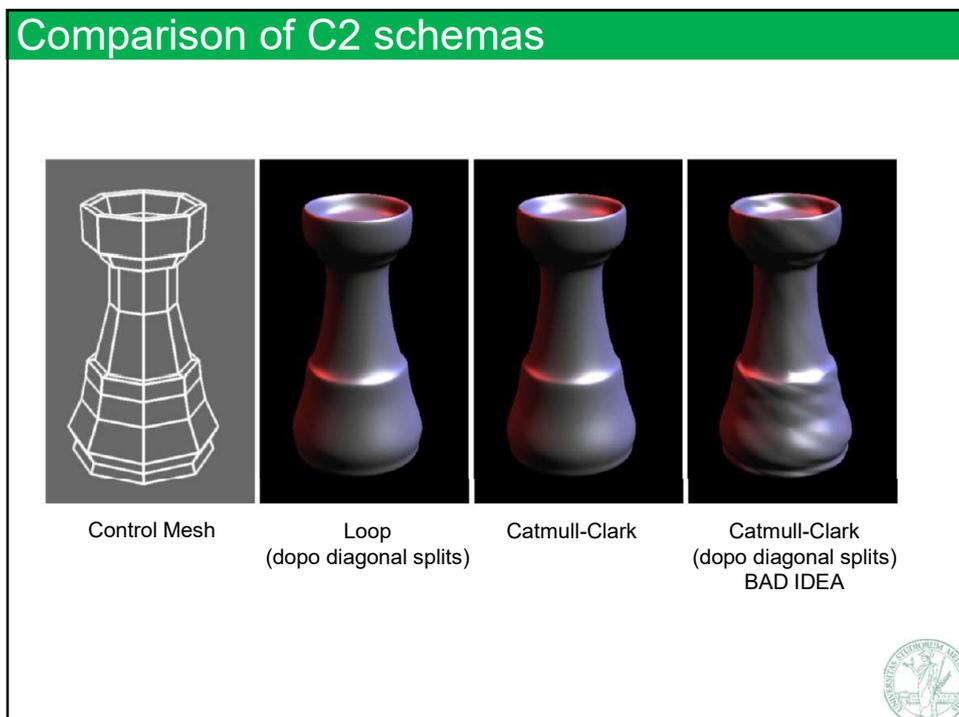
	Tri-Meshes	Quad-Meshes	Polygon-Meshes
Interpolativi	Butterfly (G1)	Kobbelt (G1)	
Approssimativi	Loop (G2)	⊕ ⊕ Catmull-Clark (G2)	
Duali	Doo-Sabin ⊕ ⊕ (G1)		

...ne esistono molti altri!

46



47



48

Due modi di usare uno schema di suddivisione

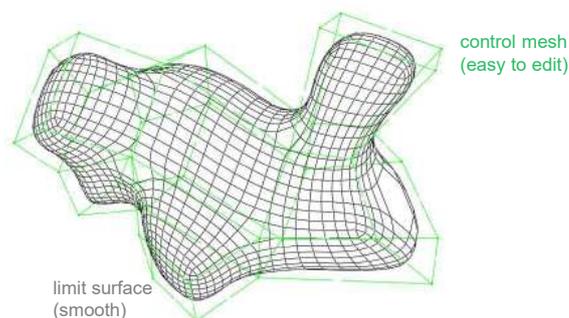
- ✓ Come rappresentazione di superfici smooth
 - ⇒ La mesh poligonale iniziale, detta **control mesh**, rappresenta la **limit surface**
 - ⇒ Come parte del rendering, la control mesh è suddivisa per n passi e mandata a schermo come mesh poligonale
 - ⇒ Il modellatore manipola sempre la control mesh
- ✓ Come tool per costruire mesh poligonali hi-res
 - ⇒ il modellatore richiede un passo di suddivisione ogni volta che voglia incrementare la risoluzione
 - ⇒ la mesh risultante può essere modificata (e/o suddivisa ulteriormente)
 - ⇒ nota: la mesh iniziale può essere poi scartata
 - ⇒ per es: un solo passo di Catmull Clark rende la mesh pure-quad



49

Due modi di usare uno schema di suddivisione

- ✓ Come rappresentazione di superfici smooth



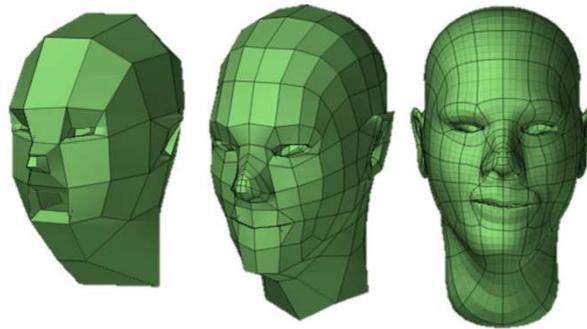
(Doo-Sabin)



50

Sup. di suddivisione come tool di modellazione

- ✓ Come tool per costruire mesh poligonali hi-res
- ✓ Processo iterativo:
 - 1- Modellare "mesh"
 - 2- Suddivisione
 - 3- Ritocco!
 - 4- Goto 2

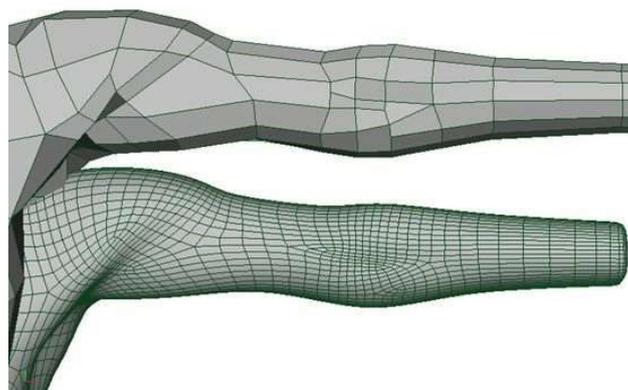


(Catmull-Clark)



51

Catmull Clark: example



52

Multi schemi...

- ✓ Catmull-Clark
- ✓ Doo-Sabin
- ✓ Loop
- ✓ sqrt(3)
- ✓ Butterfly
- ✓ Mid-edge
- ✓

recente aumento di popolarità (GPU friendliness)



53