

3



4

## Trasformazione di "Vista"

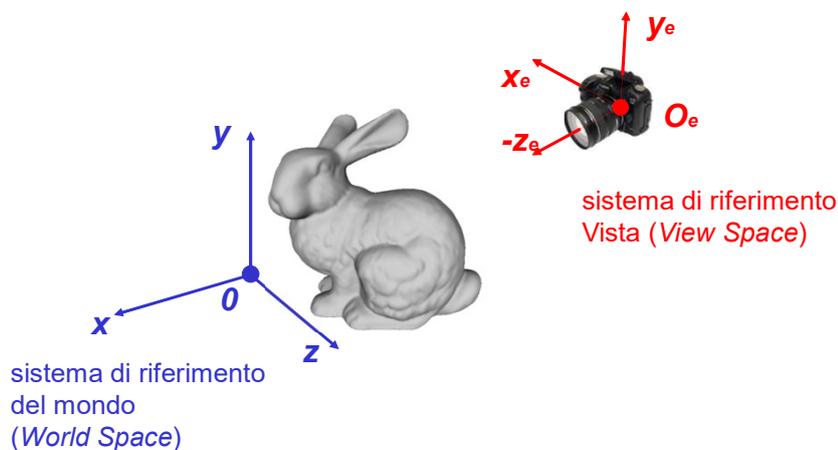
- ✓ Da: **World Frame**  
A: **View Frame**
- ✓ La Trasformazione di Vista porta tutti gli oggetti da renderizzare in uno spazio di riferimento riferito alla telecamera

🤪 «un computer graphicist preferisce portare la montagna davanti alla macchina fotografica, piuttosto che la macchina fotografica davanti alla montagna»



5

## Spazio (sistema di riferimento) Vista



6

## Trasformazione di "Vista"

- ✓ Da: **World Frame**  
A: **View Frame**
- ✓ Dipende interamente dai «**parametri estrinseci**» della macchina fotografica (virtuale)
  - ⇒ Cioè da *dove è, e come è orientata* (nel mondo)
  - ⇒ (per es: un tipico task di Computer Vision: «registrare una foto» = evincere i parametri estrinseci della camera al momento del suo scatto )
- ✓ E' un cambio di sistema di riferimento, cioè una trasformazione affine...
  - ⇒ Matrice di Vista = la Matrice che fa questa trasformazione



7

## Descrizione dei parametri estrinseci

Un modo per esprimere i parametri estrinseci:

1. Posizione dell'osservatore (POV)
    - ⇒ Cioè, dell'occhio (la pupilla), della macchina fotografica (il punto di fuoco) etc
  2. Posizione di un punto target osservato
    - ⇒ Si richiede che questo punto compaia in mezzo alla foto
    - ⇒ Oppure, equivalentemente, una **direzione** di vista
  3. Vettore "alto" ("up-vector")
    - ⇒ Descrive una direzione che, nella foto, deve apparire come direzione verticale, verso l'alto
    - ⇒ Distingue, ad es, una foto "portrait" da una "landscape" (e da un "campo obliquo")
- ✓ Nota: si tratta di punti e vettori espressi nel Sistema di coordinate Mondo
- ⇒ Descrivono la posizione / orientamento della camera NELLA SCENA



8

### Esempio tipico di costruzione trasformazione di vista

Input: ←

- 1) camera position:  $p_{eye}$
- 2) target position:  $p_{target}$
- 3) vettore di alto:  $v_{up}$

*nb: punti e vettori espressi in spazio mondo!*

un esempio di descrizione esaustiva dei *parametri estrinseci* della camera

sistema di riferimento mondo (*world space*)

9

### Esempio tipico di costruzione trasformazione di vista

Input:

- 1) camera position:  $p_{eye}$
- 2) target position:  $p_{target}$
- 3) vettore di alto:  $v_{up}$

Output:  
 Matrice di Trasformazione  
*world space* → *view space*

sistema di riferimento della camera (*view space*)

sistema di riferimento mondo (*world frame*)

10

### Esempio tipico di costruzione trasformazione di vista

**Input:**

- 1) camera position:  $p_{eye}$
- 2) target position:  $p_{target}$
- 3) vettore di alto:  $v_{up}$

```

vec3 oe;
vec3 xe, ye, ze;

ze = p_target - p_eye;
ze = -ze;
ze = normalize( ze );

xe = cross( vup, ze );
xe = normalize( xe );

ye = cross( ze, xa );
                    
```

$x_e$	$y_e$	$z_e$	$O_e$
0	0	0	1

matrice che va da spazio vista a spazio mondo.  
 E' l'inversa di quella che volevamo.  
 Ergo, va invertita.

11

### Esempio tipico di costruzione trasformazione di vista

Origine e assi del sistema vista espressi nelle coord del sistema mondo

L'asse zeta va verso l'osservatore

Deve essere reso unitario

"completamento di base"

normalizzaz non necessaria (perché?)

nb: quando si fallisce? le due normalizz possono essere div by 0? quando?

```

vec3 oe;
vec3 xe, ye, ze;

ze = p_eye - p_target;
ze = normalize( ze );

xe = cross( vup, ze );
xe = normalize( xe );

ye = cross( ze, xa );
                    
```

$x_e$	$y_e$	$z_e$	$O_e$
0	0	0	1

matrice che va da spazio vista a spazio mondo.  
 E' l'inversa di quella che cerchiamo.  
 Ergo, va invertita.

12

### Inversione di una rotazione (ripetiamoci)

$$\begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

rotazione 4x4 generica  
(asse passante per origine)

dove:

- R rotazione 3x3, cioè ortonormale a det 1, cioè  $v_0 v_1 v_2$ :
- unit sized
- ortogonali a due a due

$$R = \begin{bmatrix} | & | & | \\ v_0 & v_1 & v_2 \\ | & | & | \end{bmatrix}$$

14

### Inversione di una rotazione (ripetiamoci)

$$\begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

rotazione 4x4 generica  
(asse passante per origine)

dimostrazione (traccia):

$$R^T * R = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} | & | & | \\ v_0 & v_1 & v_2 \\ | & | & | \end{bmatrix} = I$$

15

### Inversione di una traslazione (ripetiamoci)

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \hline \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \end{array}^{-1} = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{I} & \mathbf{-t} \\ \hline \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \end{array}$$

matrice 4x4 di traslazione

matrice 4x4 di traslazione del vettore opposto



16

### Rototraslazione (isometria) (tutte e sole le trasformazioni rigide)

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \hline \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \hline \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \hline \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \end{array}$$

roto-traslazione (4x4)  
(o isometria)

traslazione

rotazione  
(asse passante per origine)

Verificare eseguendo  
il prodotto «riga per colonna» fra i sottoblocchi



17

**Inversione di una roto-traslazione**

nb:  
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

$$\begin{pmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \left( \begin{pmatrix} I & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} R^T & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I & -t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R^T & -t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

18

**Alternativa: definire la *matrice di vista* combinando rotazioni e traslazioni**

**Esempio: una semplice "Trackball":**

19

## Osservazione

Matrice di modellazione  $M$  di un oggetto qualsiasi:  
da spazio di quel dato oggetto, a spazio mondo

Matrice di Vista  $V$ :  
da spazio mondo a spazio Vista  
(cioè lo spazio oggetto... della camera)

Quindi, se l'oggetto in questione è la *camera*:  $V$  è l'inversa di  $M$

la trasformaz di **modellazione** che localizza  
un **oggetto** in una certa posizione & orientamento

*è l'inversa*

della trasformaz di **vista** necessaria per piazzare la  
**camera** nella stessa posizione & orientamento



20

## Trackball (elemento di una interfaccia grafica)

- ✓ Trackball = interfaccia  
usata per consentire all'utente selezionare in  
modo semplice i parametri estrinseci  
⇒ e dunque la matrice di vista
- ✓ Una semplice trackball: posizione &  
orientamento della camera controllata da soli  
tre parametri:  
⇒ angoli ( $\phi$  e  $\theta$ ) + distanza ( $r_0$ )  
⇒ es mappati su assi X Y mouse + (mousewheel)
- ✓ Utile per visualizzare un piccolo oggetto  
⇒ permettere alla camera di orbitare intorno all'origine



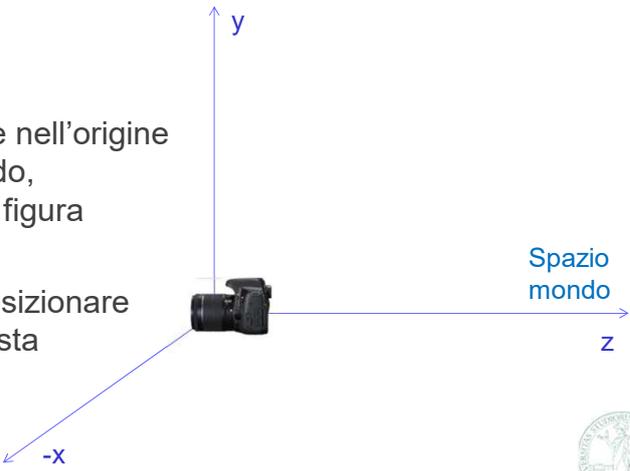
21

### Passo 0

Se la matrice di vista è l'identità, allora lo spazio vista coincide con lo spazio mondo

La camera è dunque nell'origine dello spazio mondo, orientate come in figura

Immaginiamo di riposizionare la camera da questa situazione.

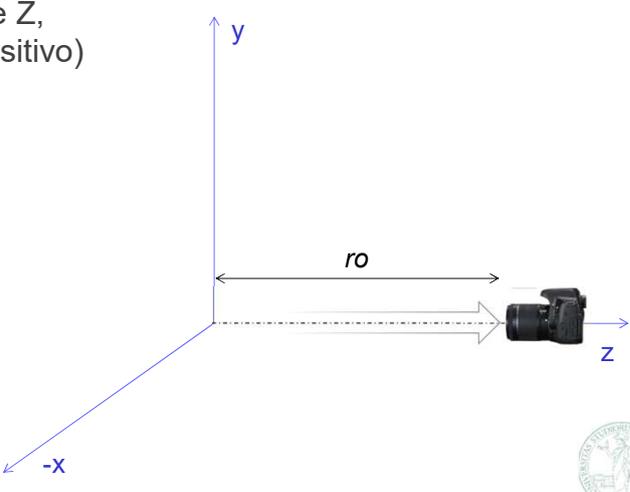


The diagram shows a 3D coordinate system with axes labeled  $y$  (vertical),  $z$  (horizontal to the right), and  $-x$  (diagonal down-left). A camera icon is positioned at the origin (0,0,0). The text 'Spazio mondo' is written in blue above the  $z$ -axis. A small circular logo of the University of Milan is in the bottom right corner.

22

### Passo 1

Spostare la macchina all'indietro di  $ro$  unità all'indietro (dunque, sull'asse  $Z$ , con  $ro$  numero positivo)

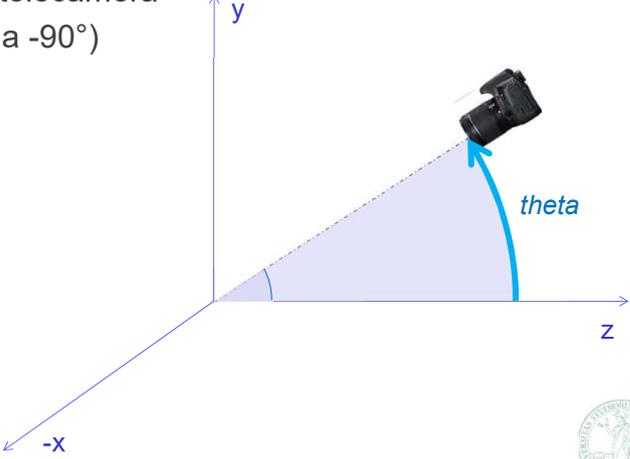


The diagram shows the same 3D coordinate system as in Step 0. The camera icon is now moved along the  $z$ -axis to a positive value. A horizontal double-headed arrow labeled  $ro$  indicates the distance from the origin to the camera. The text 'Spazio mondo' is not present in this diagram. A small circular logo of the University of Milan is in the bottom right corner.

23

### Passo 2

Ruotare di  $\theta$  gradi attorno all'asse delle X, quindi alzando la telecamera ( $\theta$  va da  $+90^\circ$  a  $-90^\circ$ )

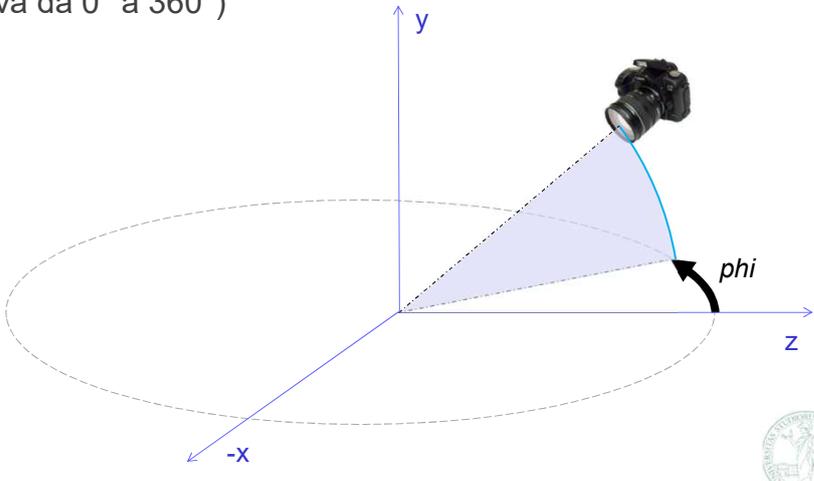


The diagram shows a 3D coordinate system with axes labeled  $-x$ ,  $y$ , and  $z$ . A camera is positioned in the  $yz$ -plane, looking towards the origin. A shaded cone represents the camera's field of view. The angle between the  $z$ -axis and the camera's direction is labeled  $\theta$ . A small circular logo is visible in the bottom right corner of the slide.

24

### Passo 3

Ruotare la camera di  $\phi$  gradi attorno all'asse delle Y ( $\phi$  va da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ )



The diagram shows a 3D coordinate system with axes labeled  $-x$ ,  $y$ , and  $z$ . A camera is positioned in the  $xz$ -plane, looking towards the origin. A shaded cone represents the camera's field of view. The angle between the  $z$ -axis and the camera's direction is labeled  $\phi$ . A dashed ellipse is drawn in the  $xz$ -plane, centered at the origin, to indicate the rotation path. A small circular logo is visible in the bottom right corner of the slide.

25

## Trackball (elemento di una interfaccia grafica)

- ✓ Interfaccia base usata per selezionare in modo semplice i parametri estrinseci (matr vista)
- ✓ Posizione / orientamento della camera controllata da tre parametri:
  - ⇒ angoli ( $\phi$  e  $\theta$ ) + distanza ( $r_0$ )
  - ⇒ es mappati su assi X Y mouse + (mousewheel)
- ✓ Utile per visualizzare un piccolo oggetto
  - ⇒ permettere alla camera di orbitare intorno all'origine



26

## Realizzazione della Trackball

- ✓ Matrice che sposta la telecamera nel posto voluto:

$$\mathbf{R}_Y(\phi) \cdot \mathbf{R}_X(\theta) \cdot \mathbf{T}(0,0,r_0)$$



- ✓ Questa è la matrice di modellazione dell'oggetto camera
  - ⇒ va da spazio camera a spazio mondo!
- ✓ La **matrice di vista** è dunque la sua *inversa*, e cioè:

$$\mathbf{T}(0,0,-r_0) \cdot \mathbf{R}_X(-\theta) \cdot \mathbf{R}_Y(-\phi)$$

Le inverse, in ordine inverso



27