

32

### Dettaglio tecnico

La fase di **processing per vertice** ha il compito di produrre le **coordinate clip** del vertice...

- ✓ sotto forma di coordinate omogenee  $(x \cdot w, y \cdot w, z \cdot w, w)$
- ✓ se  $x, y, z$  sono in  $[-1..+1]$ , il vertice è nell'immagine
- ✓ quando  $x, y$ , **oppure**  $z$  fuori da  $[-1..+1]$  → fuori da immagine!
- ✓ cioè: se  $z > +1$ , troppo lontano: non disegno  
cioè: se  $z < -1$ , troppo vicino: non disegno
- ✓ La matrice di proiezione deve quindi occuparsi anche di produrre anche la  $z$  corretta in spazio clip

33

## Modificare la matrice di proiezione per rimappare la Z correttamente

- ✓ Scelgo arbitrariamente
  - ⇒  $z_{near}$  : la distanza della cosa più *vicina* inquadrata nell'immagine
  - ⇒  $z_{far}$  : la distanza della cosa più *lontana* inquadrata nell'immagine
  - ⇒ sono distanze definite in spazio vista!
    - sono due reali  $> 0$
- ✓ La trasf di proiezione deve portare l'intervallo Z (in spazio vista)  $[-z_{near} .. -z_{far}]$  nell'intervallo Z (in spazio clip)  $[-1..+1]$



34

## Modificare la matrice di proiezione per rimappare la Z correttamente

- ✓ Voglio modificare P in modo che la  $z$  in output non sia costante ma dipenda della  $z$  in input

$$\begin{pmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \cdot x \\ d \cdot y \\ Az + B \\ -z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \cdot d/z \\ -y \cdot d/z \\ -A - B/z \\ 1 \end{pmatrix}$$

quali valori  
devo usare  
per  $A$  e  $B$  ?

view  
coords

clip  
coords



35

## Modificare la matrice di proiezione per produrre una z in spazio clip fra -1 e +1

- ✓ Troviamo i valori per  $A$  e  $B$
- ✓ Vogliamo che:
  - ⇒ se  $z$  vista =  $-z_{Near}$ , allora  $z$  clip deve essere  $-1$
  - ⇒ se  $z$  vista =  $-z_{Far}$ , allora  $z$  clip deve essere  $+1$
  - ⇒ Quindi

$$-A + \frac{B}{z_{Near}} = -1 \quad -A + \frac{B}{z_{Far}} = +1$$

- ✓ Risolvo per  $A$  e  $B$  ottenendo... (verificare!)

$$A = \frac{z_{Far} + z_{Near}}{z_{Far} - z_{Near}} \quad B = \frac{2 \cdot z_{Far} \cdot z_{Near}}{z_{Far} - z_{Near}}$$



36

## Matrice di Proiezione Prospettica ottenuta

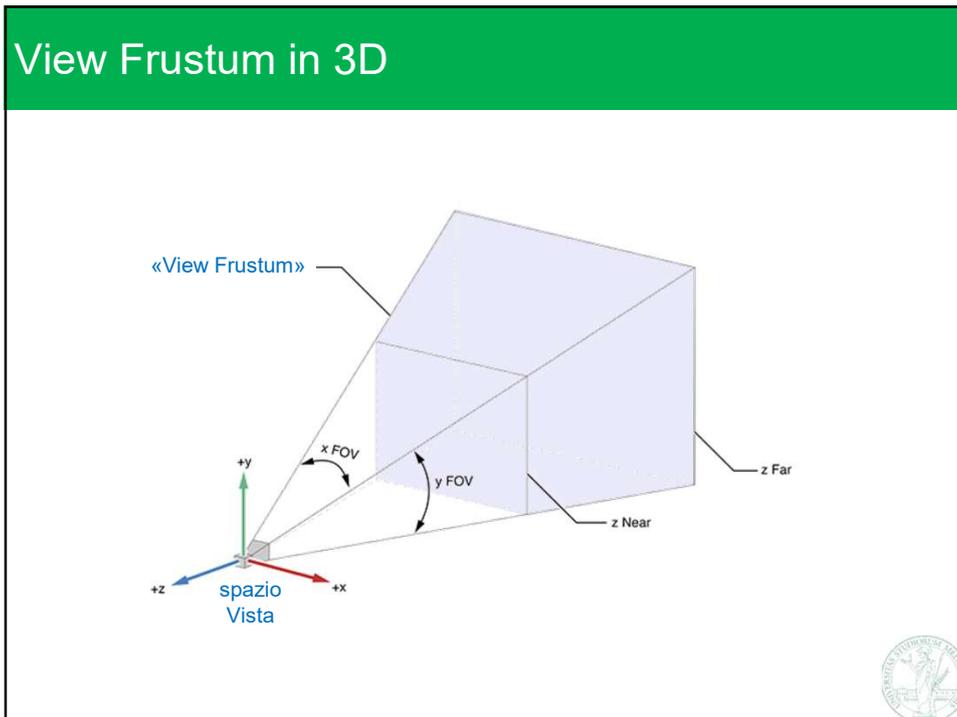
$$P = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(z_F + z_N)}{(z_F - z_N)} & \frac{2 \cdot z_F \cdot z_N}{(z_F - z_N)} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$a$  aspect ratio

$d$  lunghezza focale



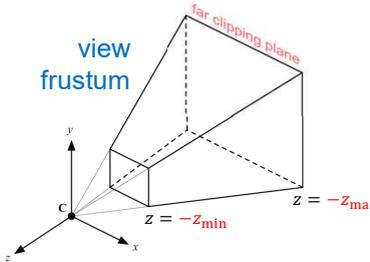
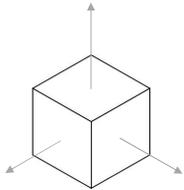
37



39

### Limiti dello spazio visibile (cioè quello inquadrato dalla camera)

	in Spazio Vista	in Spazio Clip
$x$	«left clipping plane»	$> -1$
	«right clipping plane»	$< +1$
$y$	«bottom clipping plane»	$> -1$
	«top clipping plane»	$< +1$
$z$	$< -z_{min}$	$> -1$
	$> -z_{max}$	$< +1$

40

## Spazio screen (screen space) (anche detto spazio viewport)

- ✓ **Viewport**: area dello schermo in cui renderizziamo l'immagine
  - ⇒ per es: nelle app "a schermo intero", il viewport è tutto lo schermo
- ✓ **Spazio "screen"**
  - ⇒ Uno spazio in cui i pixel sono a coordinate intere
  - ⇒ Asse  $x$ : verso la destra dello schermo  
va da 0 a risoluzione orizzontale del *viewport*
  - ⇒ Asse  $y$ : verso l'alto dello schermo  
va da 0 a risoluzione verticale del *viewport*
  - ⇒ Punto 0,0: punto in basso a sx dello schermo
  - ⇒ Asse  $z$ : direzione profondità del pixel  
la coordinata  $z$  è un valore da 0 a 1 detto *depth*



43

## Dettaglio tecnico

La fase di **rasterizzatore** del pipeline

- ✓ riceve i vertici dalla fase precedente in *coordinate clip omogenee (4 numeri reali)*
- ✓ come preliminare: converte quindi queste coordinate...
  - ⇒ da: omogenee in *clip space*
  - ⇒ a: cartesiane in *clip space* (dividendo per  $w$ )
  - ⇒ a: cartesiane in *screen space* (mapping lineare, vedi dopo)
- ✓ produce poi frammenti a *coordinate screen cartesiane (e intere)*
  - ⇒ e.s. in  $[0..639] \times [0..479]$ , se lo schermo è 640 x 480
  - ⇒ vedi lezione sulla rasterizzazione



44

## Da Clip Space a Screen Space (o "Viewport")

✓ In **coordinate screen**,  
i pixel (e i frammenti)  
sono quadratini  
a coordinate intere  
di dimensione 1×1

il rettangolo di schermo  
che contiene il rendering  
(nelle applicazioni  
che non sono a schermo intero)

45

## Da Clip Space a Screen Space (trasformazione di viewport)

$$f_{to\_screen} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x + 1)/2 \cdot RES_X \\ (y + 1)/2 \cdot RES_Y \\ (z + 1)/2 \end{pmatrix}$$

in  $[-1, +1]^3$                       in  $[0, 1]^3$

Quando  $RES_X \neq RES_Y$  questo  
passaggio corrisponde ad una scalatura  
non uniforme della x e y

49

## Limiti dello spazio visibile (sommario)

	Spazio Vista	Spazio Clip	Spazio Schermo	
x	«left clipping plane»	$> -1$	$\geq 0$	} pixel coordinates
	«right clipping plane»	$< +1$	$< res_x$	
y	«bottom clipping plane»	$> -1$	$\geq 0$	
	«top clipping plane»	$< +1$	$< res_y$	
z	$< -z_{min}$	$> -1$	$\geq 0$	} pixel depth
	$> -z_{max}$	$< +1$	$\leq 1$	

50

## Trasformazione di viewport : include uno scaling NON uniforme (distorce)

- ✓ Il quadrato in Spazio Clip:  $[-1, +1] \times [-1, +1]$  ...  
⇒ un quadrato (di lato 2)
- ✓ ... diventa il Viewport:  $[0, resX] \times [0, resY]$   
⇒ è quadrato solo se  $resX = resY$
- ✓ Il passaggio da Clip Space a Screen Space introduce uno scaling NON uniforme (se  $resX \neq resY$ )

**quindi:**

- ✓ nella Trasformazione di Proiezione deve compensare questo effetto applicando uno scaling NON uniforme inverso

51

## Pre-correzione dell'aspect ratio

✓ Matrice di proiezione prospettica con correzione dell'aspect ratio  $a = \frac{RES_X}{RES_Y}$

$$P = \begin{pmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & da & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ oppure } P = \begin{pmatrix} d/a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nota: la trasformaz. di proiezione dipende dai parametri INTRINSECI della macchina fotografica... compreso l'aspect ratio del suo frame!



52

## Matrice di Proiezione Prospettica finale

$$P = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a \cdot d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(Z_F + Z_N)}{(Z_F - Z_N)} & \frac{2 \cdot Z_F \cdot Z_N}{(Z_F - Z_N)} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

tutto in spazio vista

- $a$  aspect ratio
- $d$  lunghezza focale
- $Z_N$  z-near
- $Z_F$  z-far

Sono i parametri intrinseci!



53