Marco Tarini - Computer Graphics 2022/2023
Università degli Studi di Milano

trasformazioni spaziali 3/3

91

Cambio di Sistema di riferimento (o spazio)

- ✓ Come abbiamo visto, ogni trasformazine affine può essere interpretata come un *cambio di sistema di riferimento (o spazio)*

- ✓ e le colonne della matrice descrivono
  - ⇒3 assi
  - ⇒origine

  dello spazio di partenza
  descritte nelle coordinate dello spazio di arrivo

92

Sistema di riferimento canonico (quello che abbiamo tacitamente assunto finora)

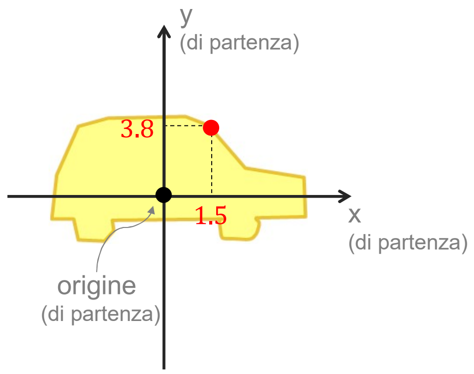
- ✓ Assi: $\vec{a}_x = (1,0,0)$
  $\vec{a}_y = (0,1,0)$
  $\vec{a}_z = (0,0,1)$
- ✓ Origine: $\mathbf{p_o} = (0,0,0)$
- ✓ Quindi, matrice associata: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

93

Es: traslazione

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +7 \\ 0 & +1 & 0 & +3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.5 \\ 6.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame di partenza al frame di arrivo

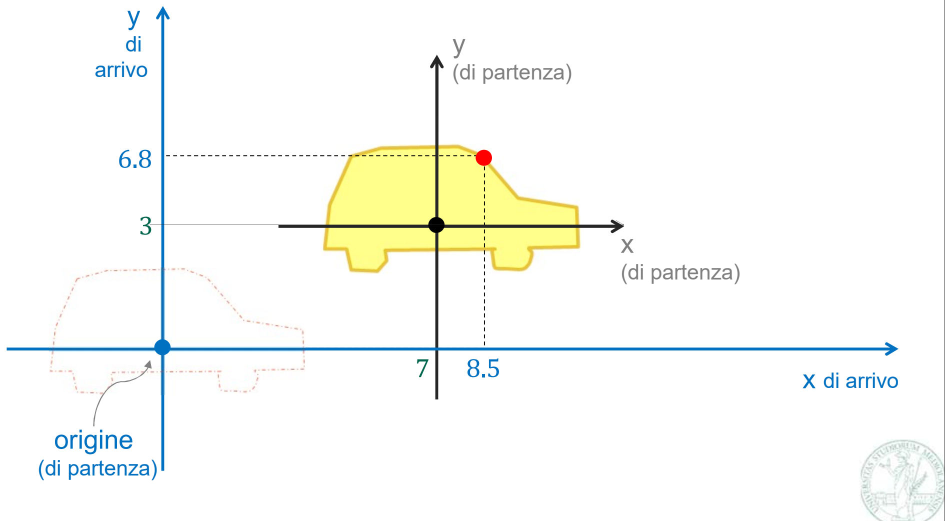


95

Es: traslazione

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +7 \\ 0 & +1 & 0 & +3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.5 \\ 6.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

matrice per passare dal frame
di partenza al frame di arrivo

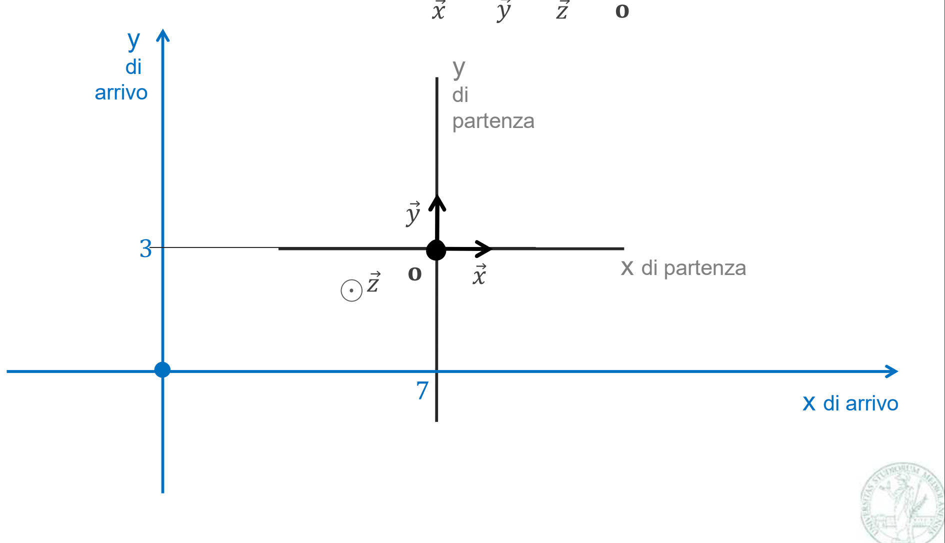


96

Es: traslazione

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +7 \\ 0 & +1 & 0 & +3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \Uparrow & \Uparrow & \Uparrow & \Uparrow \\ \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} & \mathbf{o} \end{matrix} \end{array} \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.5 \\ 6.8 \\ 0.0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

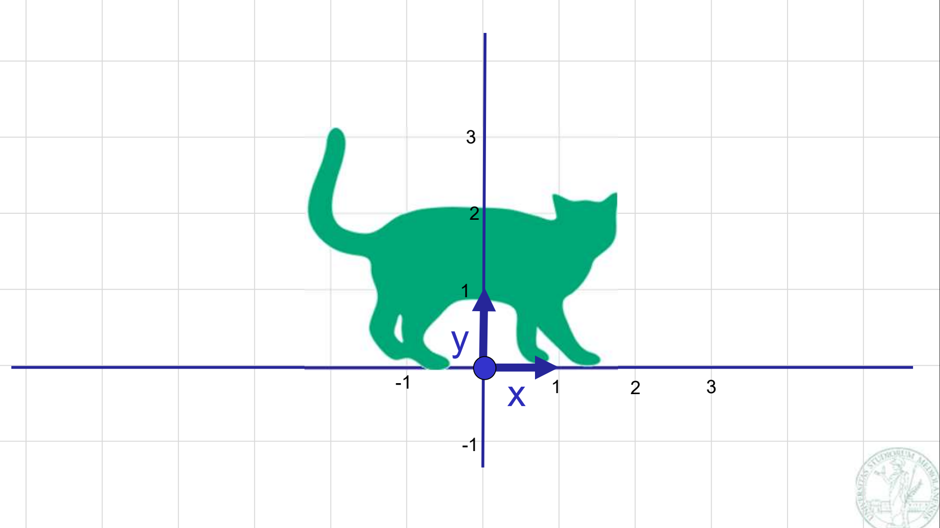
matrice per passare dal frame
di partenza al frame di arrivo



97

Esempio 2 (disegno è sul piano Z = 0)

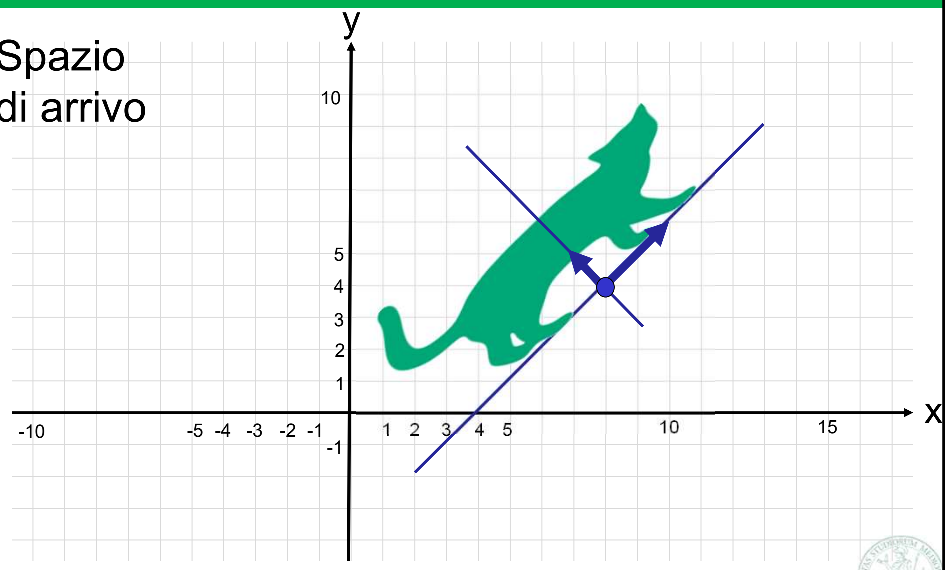
Spazio di partenza



105

Esempio 2 (il disegno è sul piano Z = 0)

Spazio
di arrivo



106

Esercizio

1. Scrivi la matrice che porta dallo spazio di partenza mostrato allo spazio di arrivo mostrato
   ⇒ Come: riporta nelle colonne della matrice le coordinate (omogenee) dei vettori asse, e del punto origine, del Sistema di riferimento di partenza, come li vedi nel Sistema di riferimento di arrivo
2. Applica la matrice trovata al punto $\mathbf{p}$,
   che nello spazio di partenza
   ha coordinate cartesiane (-2,3,0)
   ⇒ come si vede dal primo disegno: è l'estermità della coda
3. *Hai ottenuto:* le coordinate $\mathbf{p}'$ dello stesso punto nello spazio di arrivo
   ⇒ Verifica sul secondo disegno

107

Esercizio 2

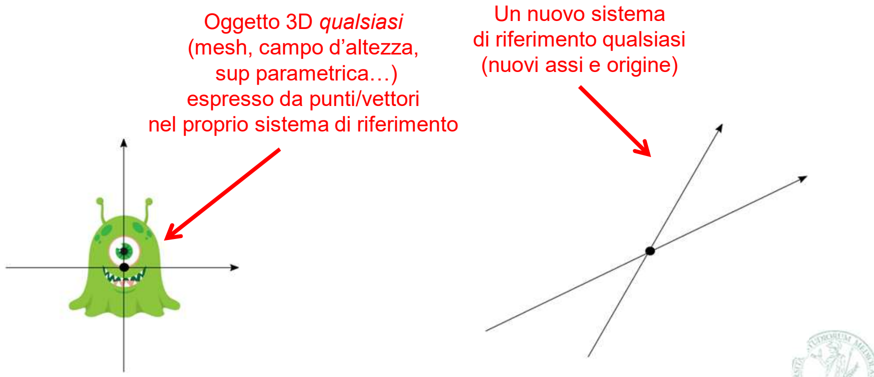
Una mosca si poggia a coordinate (nel Sistema di riferimento di arrivo) (9,8,0). In quale punto del Sistema di riferimento di partenza si trova la mosca?

1. Inverti la matrice del punto precedente
   ⇒ facendo alcuni conti, oppure avvalendoti di un software di appoggio, per es https://matrix.reshish.com/inverse.php)
2. Applica la matrice inversa al punto di coordinate
   che, nel Sistema di Riferimento di arrivo (9,8,0)
   ⇒ *come si vede dal secondo disegno:*
   corrisponte ad punto che è, circa, collocato sul naso del gatto
3. Hai ottenuto le coordinate dello stesso punto nel Sistema di riferimento di partenza
   ⇒ verifica sul primo disegno

108

Un modo di interpretare qualsiasi trasformazione affine

- ✓ In pratica, una trasfromazione affine si limita a ridefinire un nuovo sistema di rifermimento arbitario
  - ⇒ 3 assi + origine
- ✓ L'oggetto 3D segue il nuovo sistema di riferimento



109

Un modo di interpretare qualsiasi trasformazione affine

- ✓ In pratica, una trasfromazione affine si limita a ridefinire un nuovo sistema di rifermimento arbitario
  - ⇒ 3 assi + origine
- ✓ L'oggetto 3D segue il nuovo sistema di riferimento

110