



31


Una (imperfetta) categorizzazione dei tipi di modelli digitali 3D

		ELEMENTI DISCRETI			CONTINUI
		regolari <i>«a griglia»</i>	semi-regolari o irregolari		
			elementi simpliciali	elementi non simpliciali	
SUPERFICIALI	2-manifold <i>«rappresenta una vera superficie»</i>	Height Field Range Scan Geometry Images	Triangle Mesh	Polygonal Mesh Quad Mesh Quad dominant Mesh	Subdivision surfaces Parametric Surfaces (es. B-splines)
	non-manifold <i>«non rappresenta una sup»</i>	Set di Range Scan	Point Cloud		
VOLUMETRICI	(3-manifold)	Voxelized Volume Volumetric Textures	Tetra Mesh	Hexa Mesh	Implicit models (es. CSG)

32

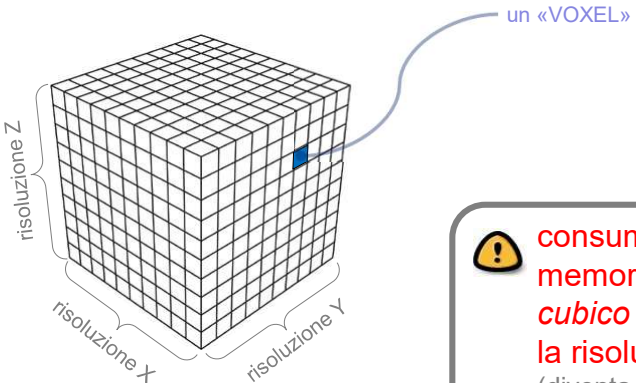
Modelli 3D Volumetrici

1. Discreti & irregolari: **mesh poliedrali**
 - ⇒ analogo di una mesh poligonale, ma nel volume
 - ⇒ insieme di poliedri adiacenti faccia a faccia
2. Discreti & regolari: **dataset voxelizzati**
 - ⇒ analogo di un'immagine rasterizzata, ma in 3D
 - ⇒ una griglia 3D regolare di voxel



34

Modello 3D a voxel (o voxelizzato)




un «VOXEL»

risoluzione Z

risoluzione X


risoluzione Y

Griglia regolare 3D
(o lattice)



consumo di memoria cubico con la risoluzione
(diventa facilmente ingestibile)

`array [RES_X] [RES_Y] [RES_Z] of Voxels`




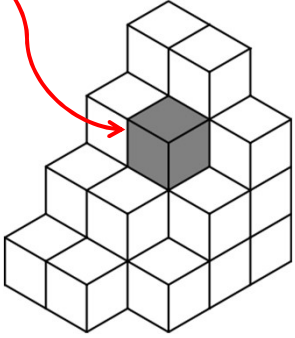
35

Modelli Voxellizzati

- ✓ “Voxel” = Volume element
 - ⇒ Così come...
 - “Pixel” = Picture Element
 - “Texel” = Texture Element
- ✓ Elemento di una griglia regolare 3D
 - ⇒ che è anche detta un lattice
- ✓ In codice:

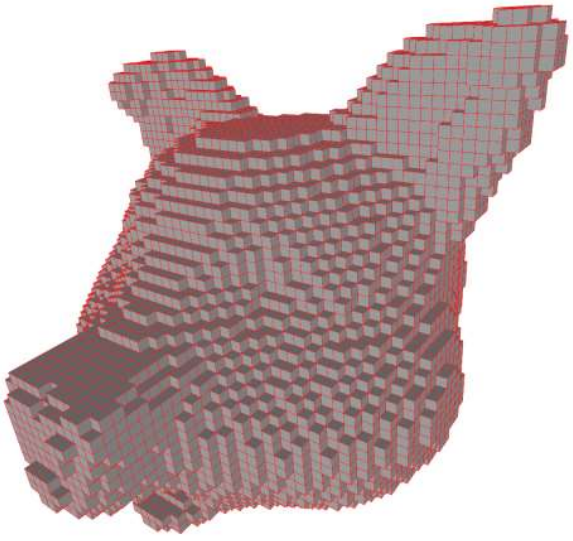
```
Voxel[][][] data = new Voxel[resX][resY][resZ];
```

Esempio in Java




36

In questo caso, 1 Voxel = 1 Boolean (1 bit)



ogni voxel è pieno (1) o vuoto (0)



37

Occupazione spaziale dei dataset voxelizzati

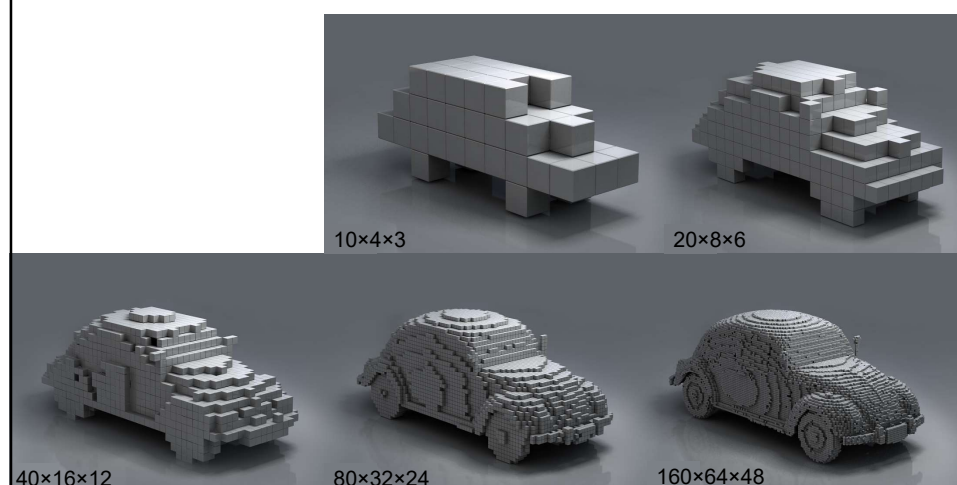
- ✓ Lo spazio è cubico con la risoluzione (lineare)
- ✓ E' di solito un prezzo troppo alto
 - ⇒ Es: 1024^3 voxel = 1 gigavoxel
 - ⇒ Molto oneroso, persino nel caso, come abbiamo visto fin'ora, di 1 solo bit per voxel (1 = pieno / 0 = vuoto)
 - ⇒ Quando si memorizza 1 byte, 1 float, 1 double, 1 colore... etc, la situazione peggiora
- ✓ Detta la «curse of dimensionality»



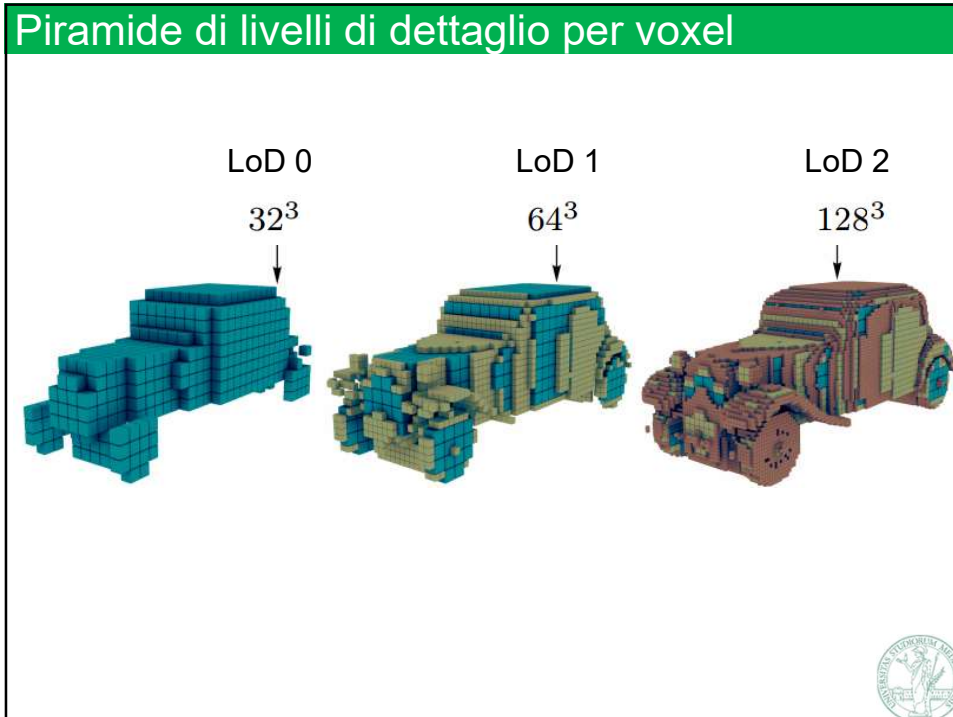
38

Risoluzione e costo in memoria

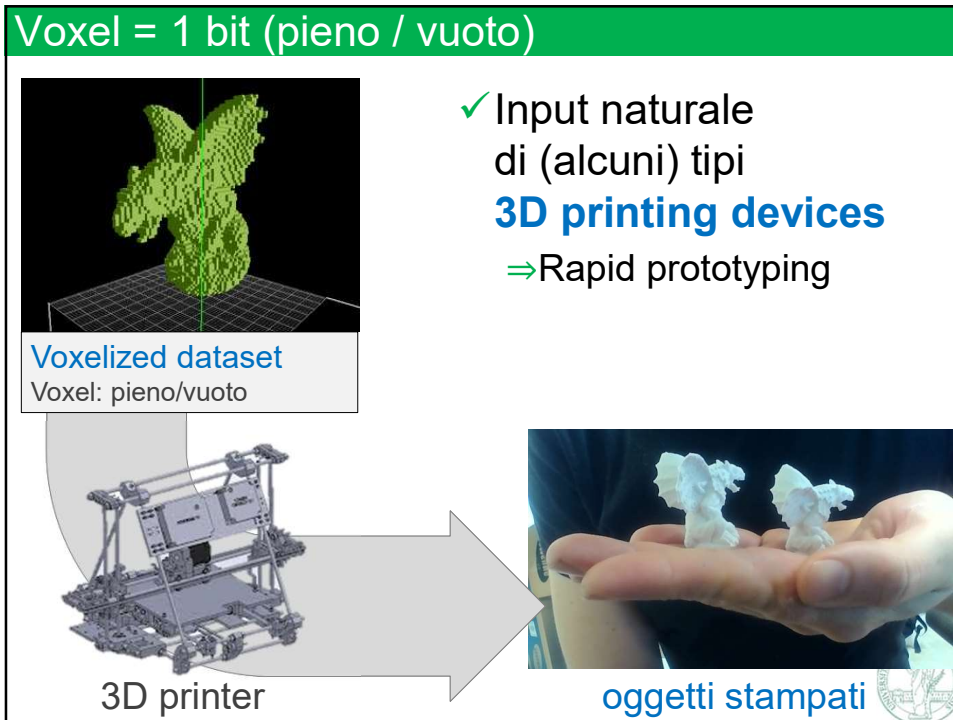
- ✓ risoluzione: un intero per lato $res = (X, Y, Z)$



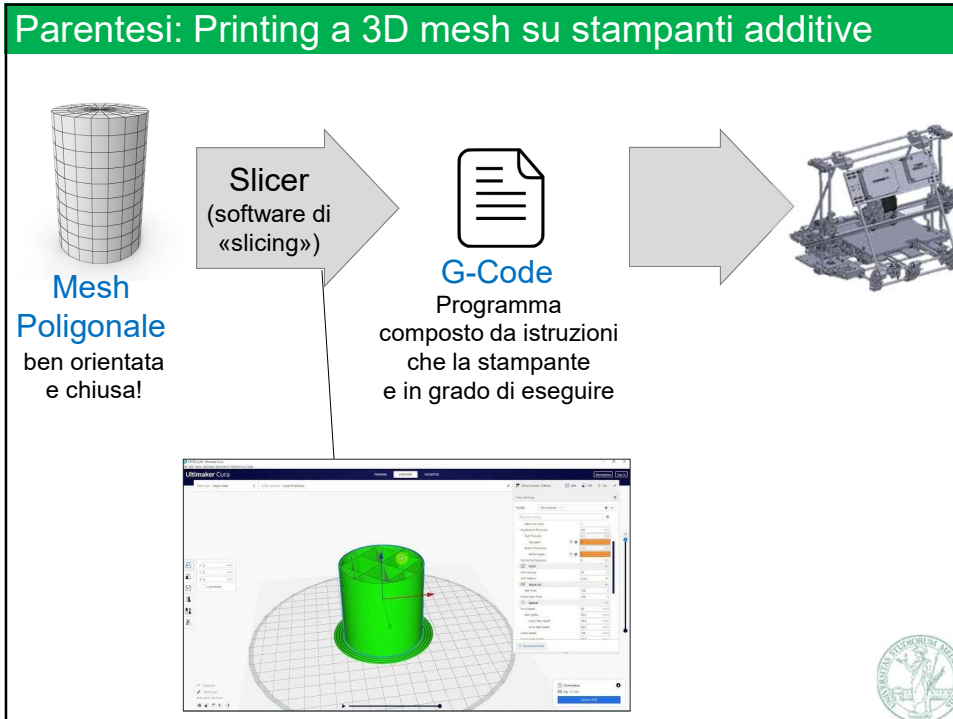
39



40



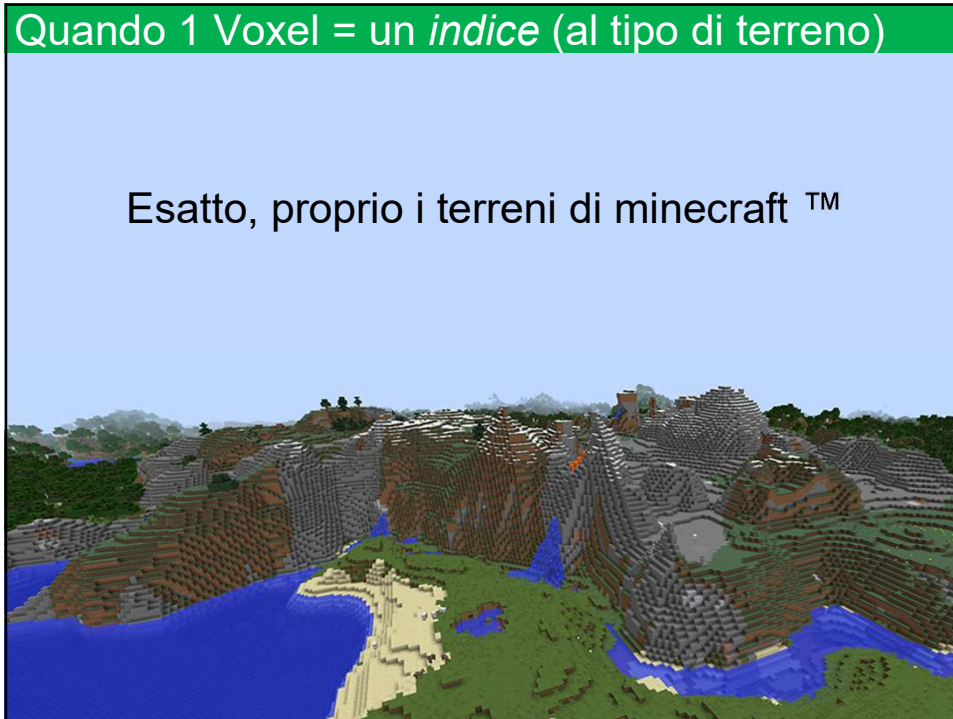
41



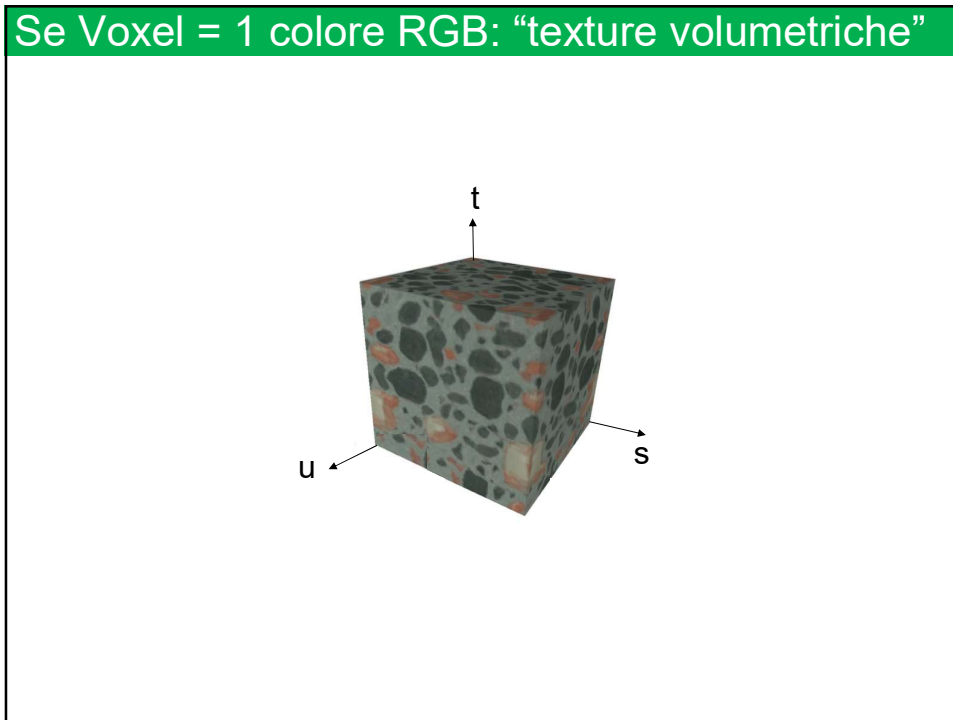
42



43



44



45

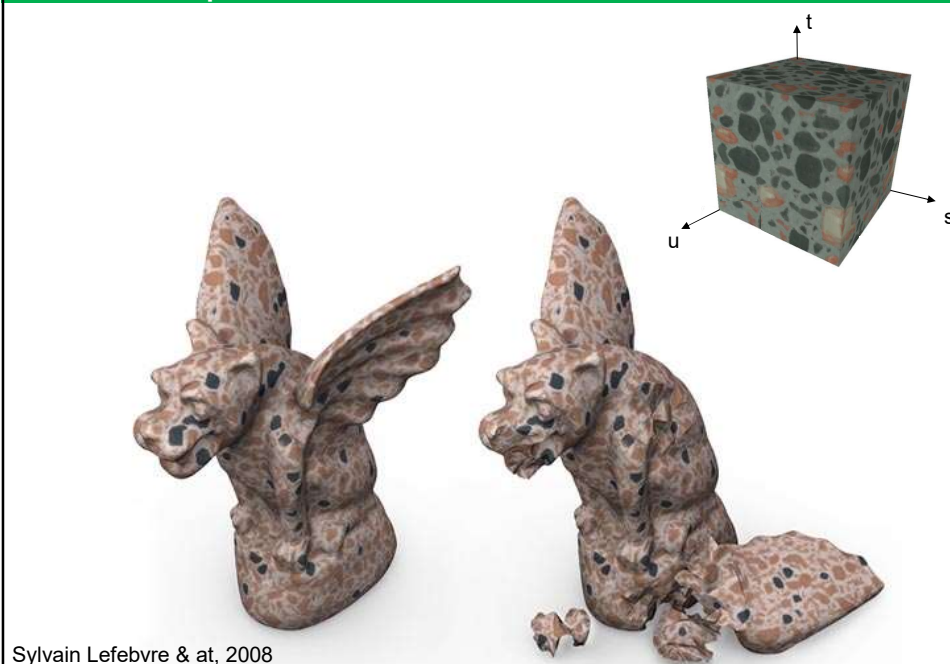
Volumetric Textures (o "solid Textures")

- ✓ 1 texel = 1 voxel
 - ⇒ esempio, solid RGB textures: 1 texel = 1 RGB color
- ✓ E' supportata dall'Hardware, come ogni altra tessitura:
 - ⇒ occupa la RAM della scheda video
 - ⇒ accesso HW accelerato durante il rendering
 - ⇒ interpolazione **tri**-lineare durante l'accesso ...
- ✓ Modella il segnale (es. il colore) *dentro* al volume
 - ⇒ per es: come gli oggetti sono colorati all'interno
 - ⇒ utile per modelli che si possono rompere
 - ⇒ utile per pattern come legno, marmo...
- ✓ Non richiede alcuna parametrizzazione della superficie!
 - ⇒ La tessitura viene indicizzata dalle posizioni dei vertici
- ⚠ Solito problema, occupazione di memoria
 - ⇒ es: quanto per 1 tessitura 1024^3 8-bits-per-channel RGBA?
 - ⇒ es: quanto per 1 tessitura 265^3 8-bits-per-channel RGBA?

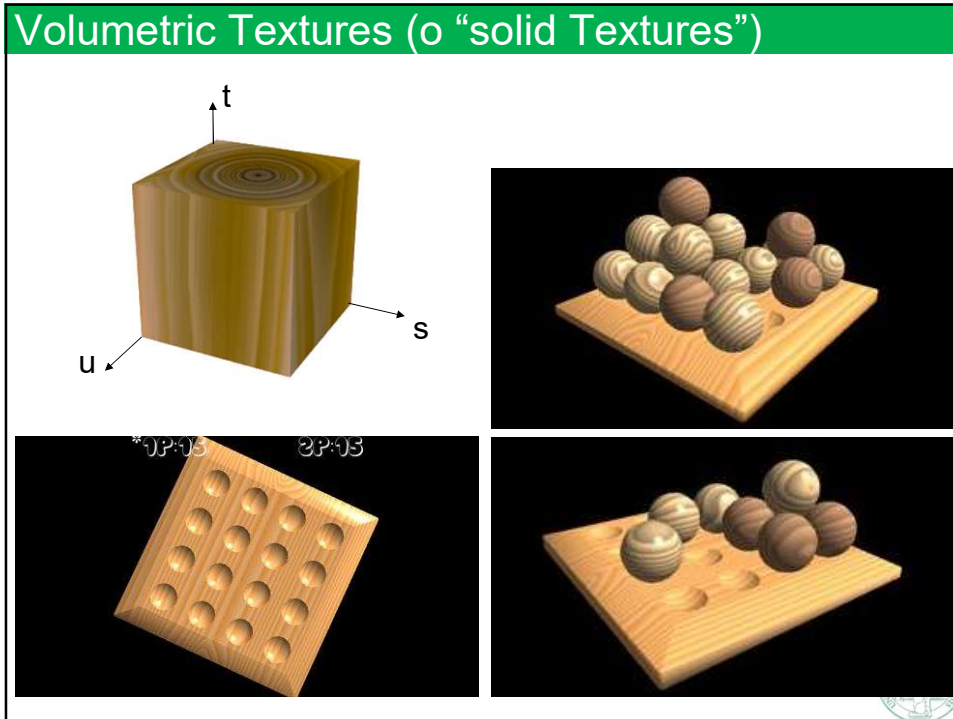


46

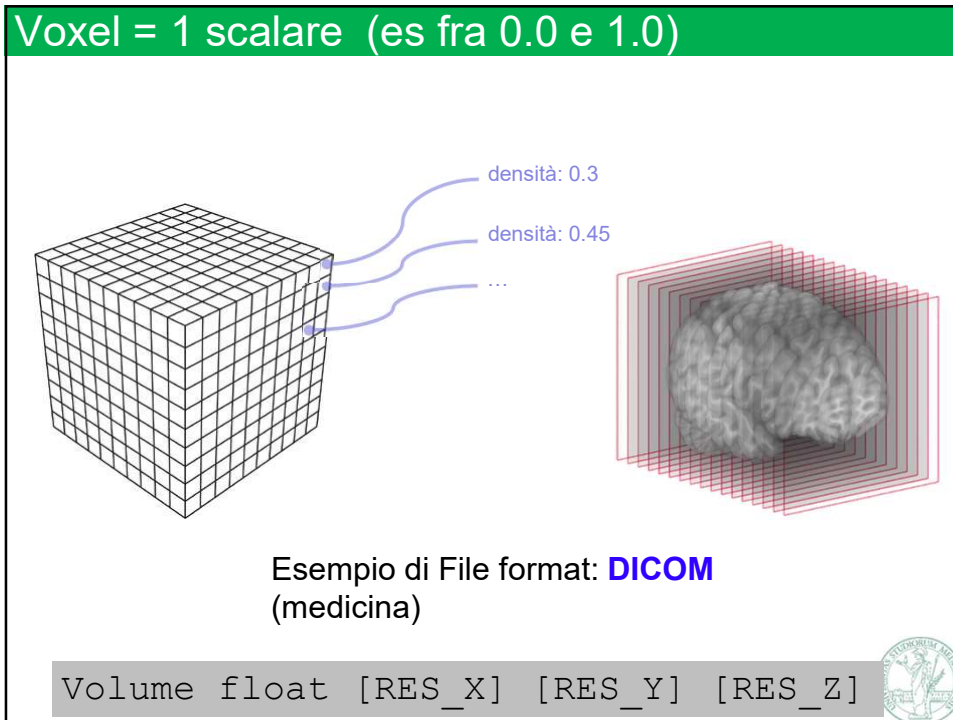
Un colore per voxel: "texture volumetriche"



47

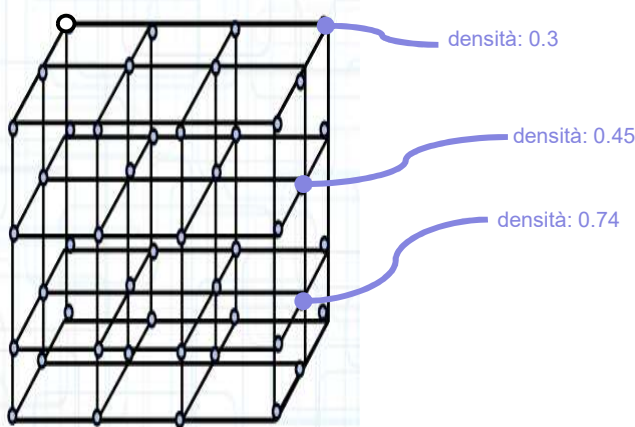


48




49

Voxelized models: uno scalare per voxel



densità: 0.3
densità: 0.45
densità: 0.74


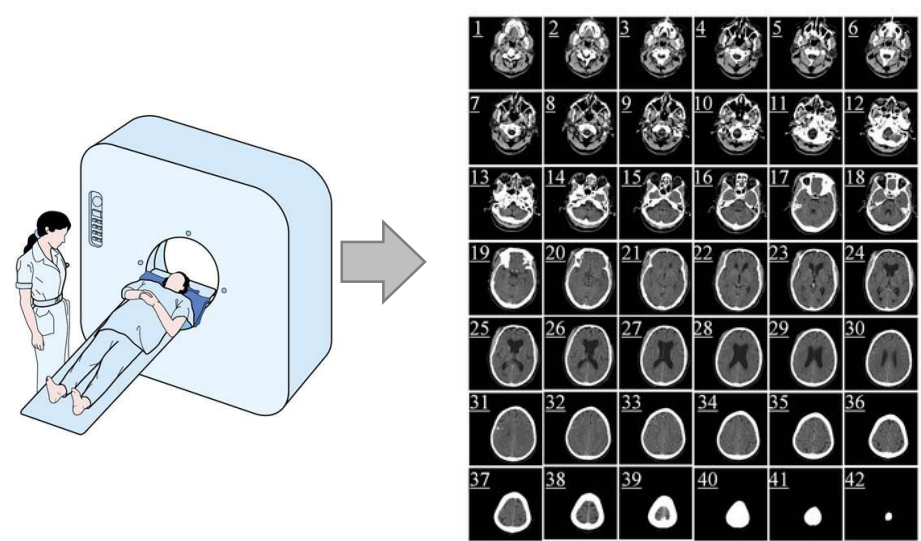
```
float volume[RES_X] [RES_Y] [RES_Z]
```



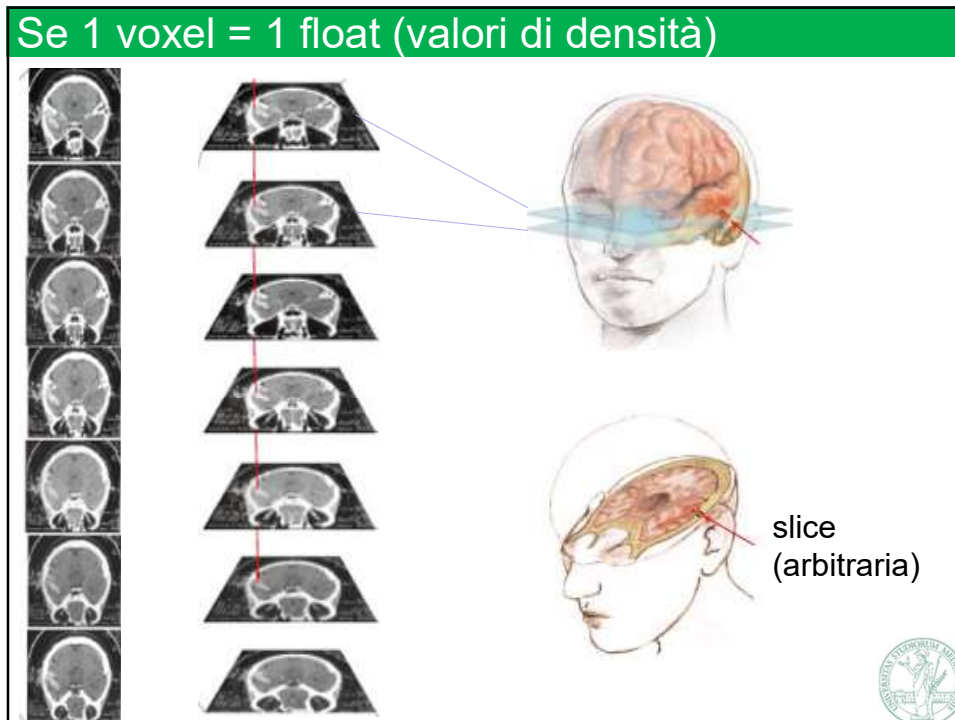
50

Se 1 voxel = 1 float (valori di densità)

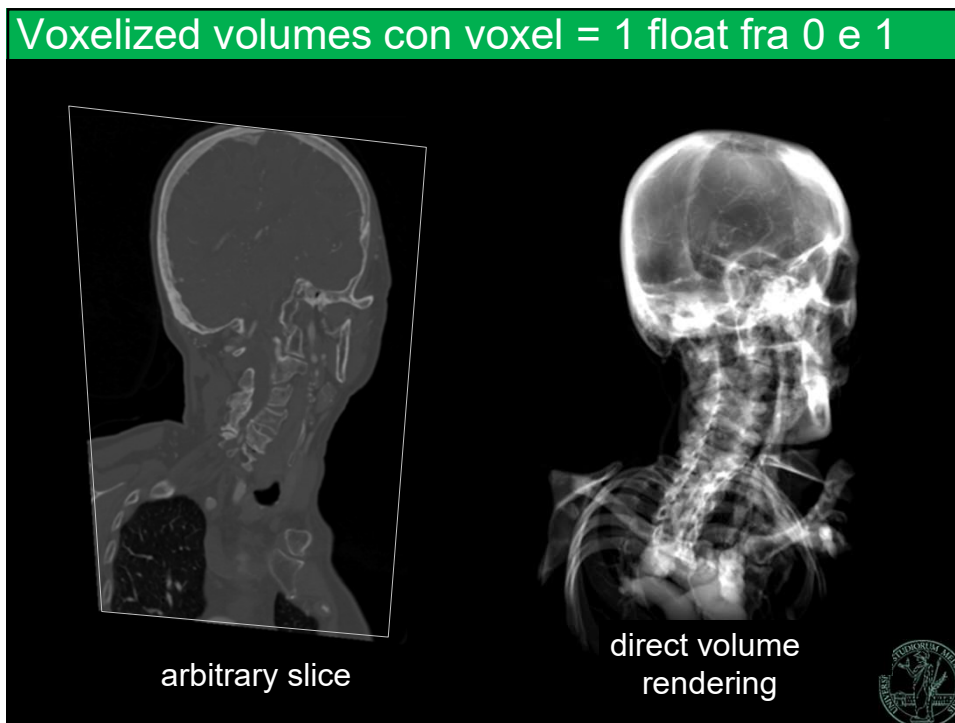
✓ Output naturale di **CT scans**



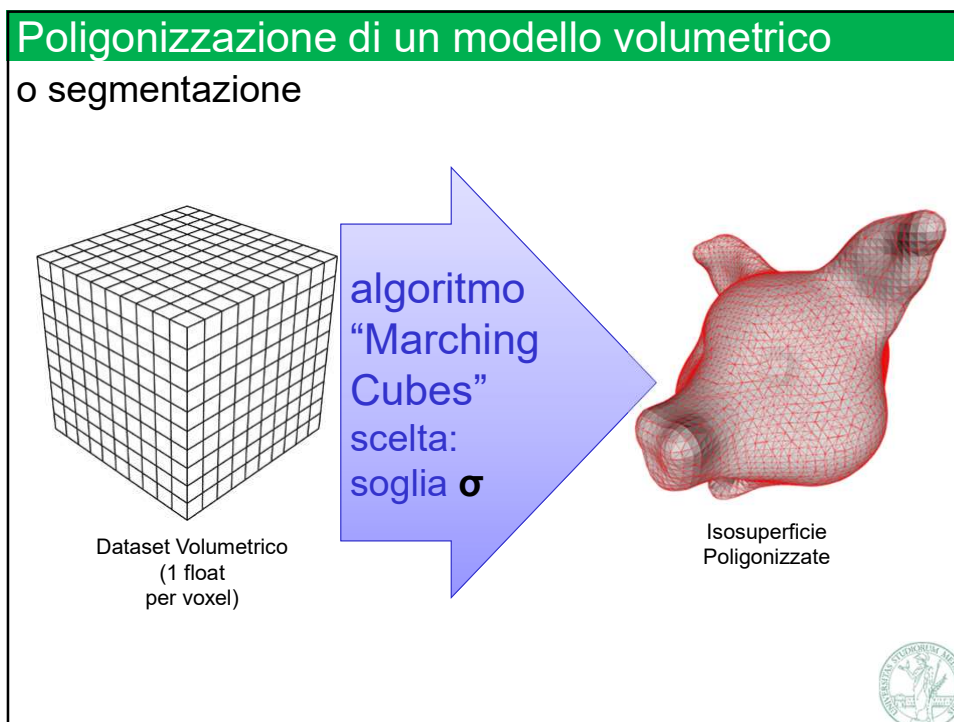
51



54



55

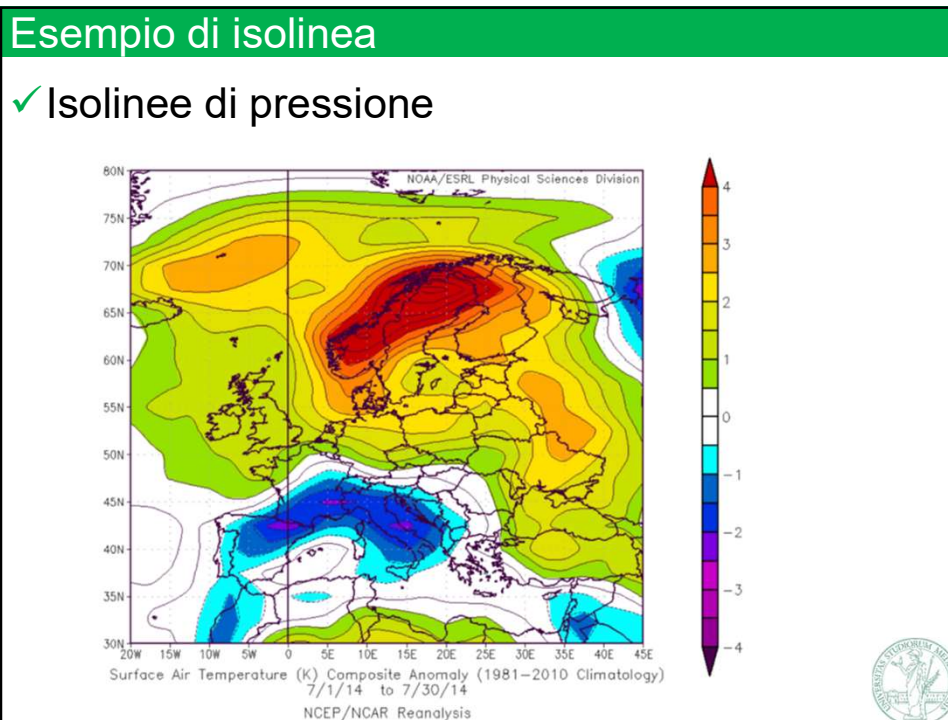


57

Isolinee e isosuperfici

- ✓ Su un piano (2D):
 - ⇒ ogni punto del piano ha un valore scalare (esempio: pressione, o altezza – «height field»)
 - ⇒ prendo tutta la regione 2D con valore $> \sigma$
 - ⇒ il bordo di questa regione è una linea ... i cui punti hanno valore tutti σ e che racchiude tutti i valori di valore $> \sigma$
 - ⇒ è la « **isolinea di valore σ** » (linea di isovalori)
- ✓ Su un volume (3D):
 - ⇒ ogni punto dello spazio ha un valore scalare (esempio: densità, pressione, temperatura...)
 - ⇒ prendo la regione 3D con valore $> \sigma$
 - ⇒ il bordo di questa regione è una superficie... i cui punti hanno tutti valore σ che racchiude tutti i valori di valore $> \sigma$
 - ⇒ è la « **iso-superficie di valore σ** »

58



59

Poligonizzazione di un modello volumetrico

✓ Obiettivo:

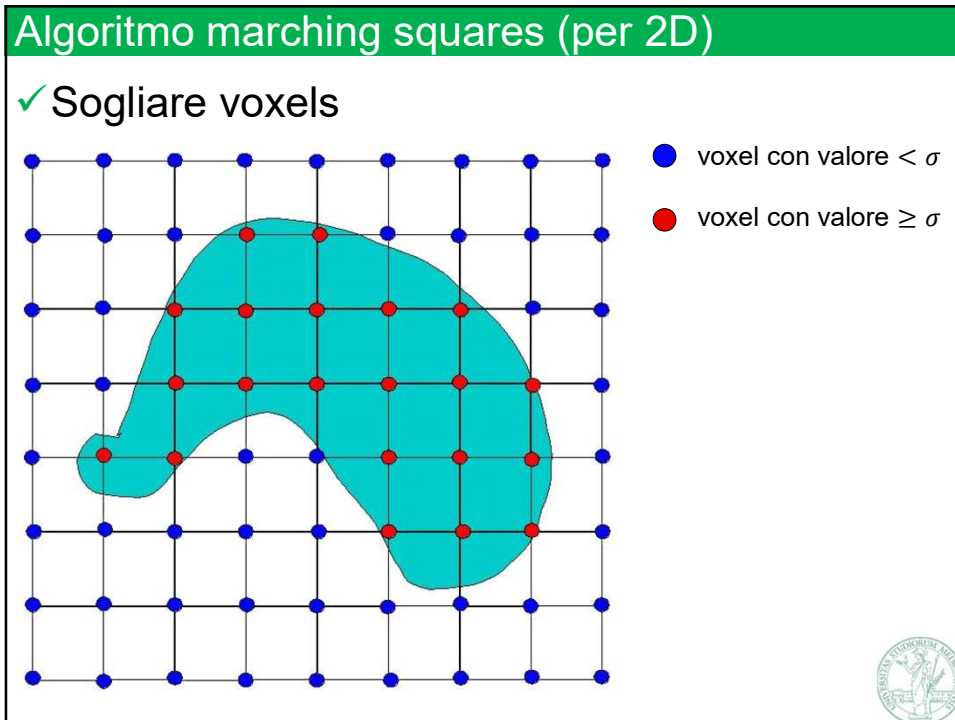
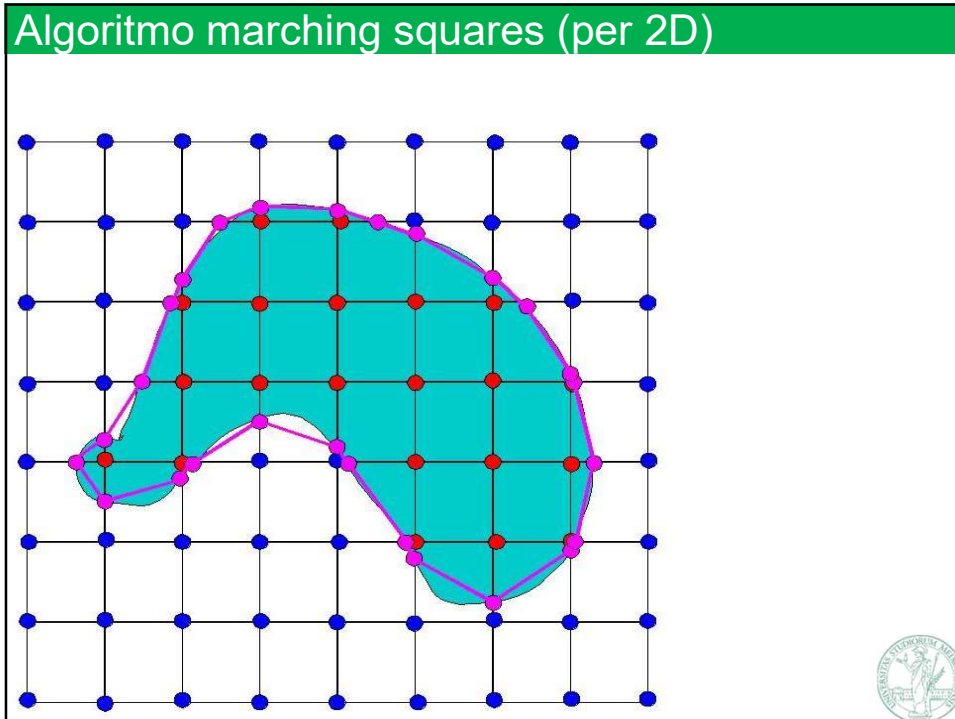
- ⇒ dato un modello volumetrico voxel (array 3D di voxel):
un voxel = un valore scalare (per es, densità, temperatura...)
- ⇒ produrre una tri-mesh (two-manifold, ben orientata, e chiusa) che
racchiuda tutti i voxel di valore superiore ad una certo valore soglia σ
- ⇒ Si tratta cioè di produrre una **iso-superficie** di valore σ :
la superficie di tutti i valori continui nel
volume che valgono esattamente σ

✓ Algoritmo: «**marching cubes**»

✓ Vediamo prima un analogo in 2D:
algoritmo «**marching squares**»

- ⇒ data un'immagine rasterizzata (array 2D di pixel) in cui
un pixel = un valore scalare (per es, densità, temperatura...)
- ⇒ produce una **iso-linea** linea chiusa di valore σ
(approssimata da segmenti) che racchiude tutti i pixel di valore superiore
a σ


60



Algoritmo marching squares (per 2D)

✓ Trovare intersezioni

- voxel con valore $< \sigma$
- intersezione
- voxel con valore $\geq \sigma$




63

Algoritmo marching squares (per 2D)

✓ Unire intersezioni creando segmenti

- voxel con valore $< \sigma$
- intersezione (qui, a metà strada)
- voxel con valore $\geq \sigma$



64

Algoritmo marching squares (per 2D)

Come trovare i segmenti che connettono le intersezioni?

- ✓ Consideriamo un quadrato fra 4 voxel
- ✓ Ogni suo vertice è «dentro» $< \sigma$ o «fuori» $\geq \sigma$
- ✓ Per ogni combinazione, (e sono solo $2^4 = 16$) decido, una volta per tutte, i segmenti da costruire per unire le intersezioni
- ✓ ottengo questa tabella:

65

Algoritmo marching squares (per 2D)

- ✓ Come trovare le intersezioni

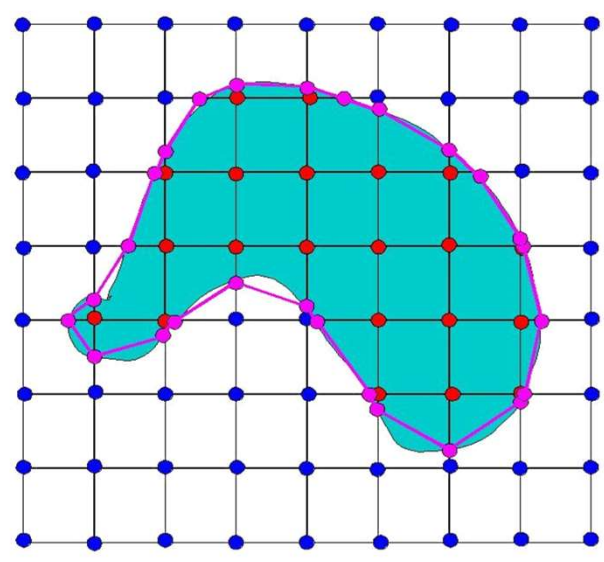
- ✓ Ipotesi: segnale interpolato linearmente:

$$a(1 - t) + b t = \sigma \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{\sigma - a}{b - a}$$


66

Algoritmo marching squares (per 2D)

✓ Risultato




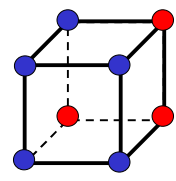
- voxel con valore $< \sigma$
- Intersezione (trovata come sopra)
- voxel con valore $\geq \sigma$



67

Generalizzando a 3D: algoritmo marching cubes

- ✓ Ogni voxel della griglia è dentro o fuori
⇒ valore \geq oppure $<$ della soglia prescelta
- ✓ Ogni edge della griglia (orientato lungo la X, Y o Z), che connetta un vertice dentro ad uno fuori, ha una intersezione con l'isosuperficie cercata
⇒ la si trova trovata come nel caso 2D
⇒ per ciascuna intersezione, creo un vertice della mesh
⇒ ho ottenuto la **geometria** della mesh!
- ✓ Come ottengo la **connettività**?
⇒ Scompongo la griglia in cubetti $2 \times 2 \times 2$
⇒ Ogni cubo ha 8 vertici, ciascuno dei quali è dentro o fuori → $2^8 = 256$ casi
⇒ Uso una tabella per analisi, in ciascun caso, quali poligoni creare per connettere i vertici sui lati della griglia



68

Generalizzando a 3D: algoritmo marching cubes

✓ Esempio di uno dei 256 casi

■ 4 Voxel sotto soglia
■ 4 Voxel sopra soglia

● 4 Intersezioni (calcolate nei segmenti)

△ Connesse da due triangoli

69

Generalizzando a 3D: algoritmo marching cubes

✓ Esempio di uno dei 256 casi

■ 7 Voxel sotto soglia
■ 1 Voxel sopra soglia

● 3 Intersezioni (calcolate nei segmenti)

△ Connesse da un triangolo

70

Generalizzando a 3D: algoritmo marching cubes

✓ Esempio di uno dei 256 casi

5 Voxel sotto soglia
 3 Voxel sopra soglia

5 Intersezioni
 (calcolate nei segmenti)

Connesse da tre triangoli

71

Marching cube table

✓ La tabella ha 256 casi
 ⇒ sono tutti analoghi ad uno di questi 15 (per simmetria)

72

Algoritmo "Marching cubes"

- ✓ Problema: efficienza.
 - ⇒ Curse of dimensionality: numero cubico di cubi da analizzare
- ✓ Soluzione possibile: evitare di processare il gran numero di cubi vuoti
 - ⇒ Molti dei cubi sono «tutti dentro» o «tutti fuori»
 - ⇒ Cioè non contengono né intersezioni sugli spigoli, né facce all'interno
- ✓ Idea: far «marciare» i cubi sull'isosuperficie:
 - ⇒ Trovo un primo cubo non vuoto → lo processo
 - ⇒ Passo a processare i cubi non vuoti vicini (che non siano già processati)
 - ⇒ Continuo fino ad aver completato la mesh connessa e chiusa
- ✓ L'algoritmo deve il suo nome a questo accorgimento, ma le potenze di calcolo dei moderni elaboratori consentono anche un approccio forza bruta:
 - ⇒ Processare una ad una *tutte* le celle cubiche

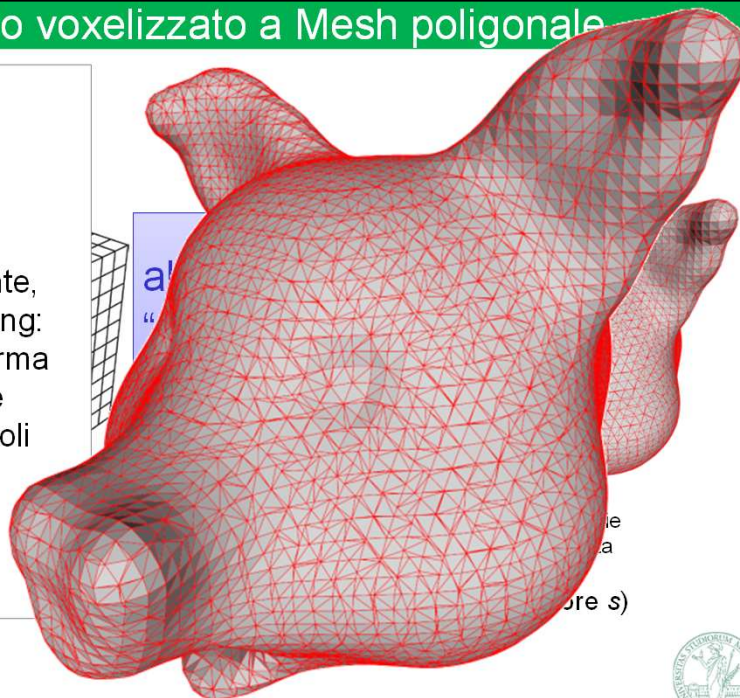


73

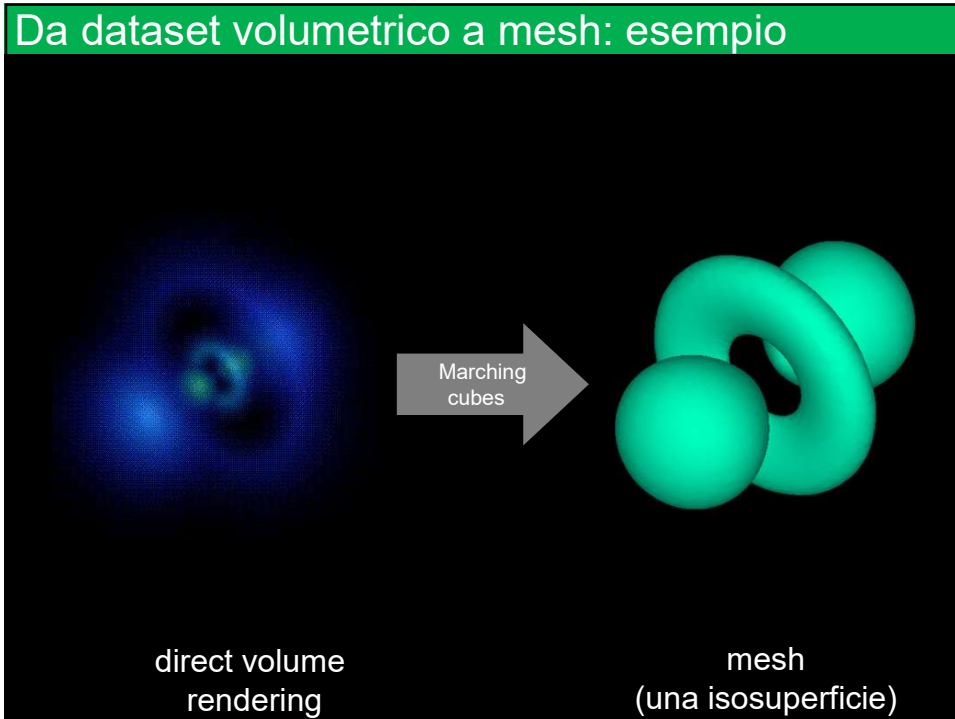
Da modello voxelizzato a Mesh poligonale

Output:
mesh chiusa,
two-manifold,
ben orientata

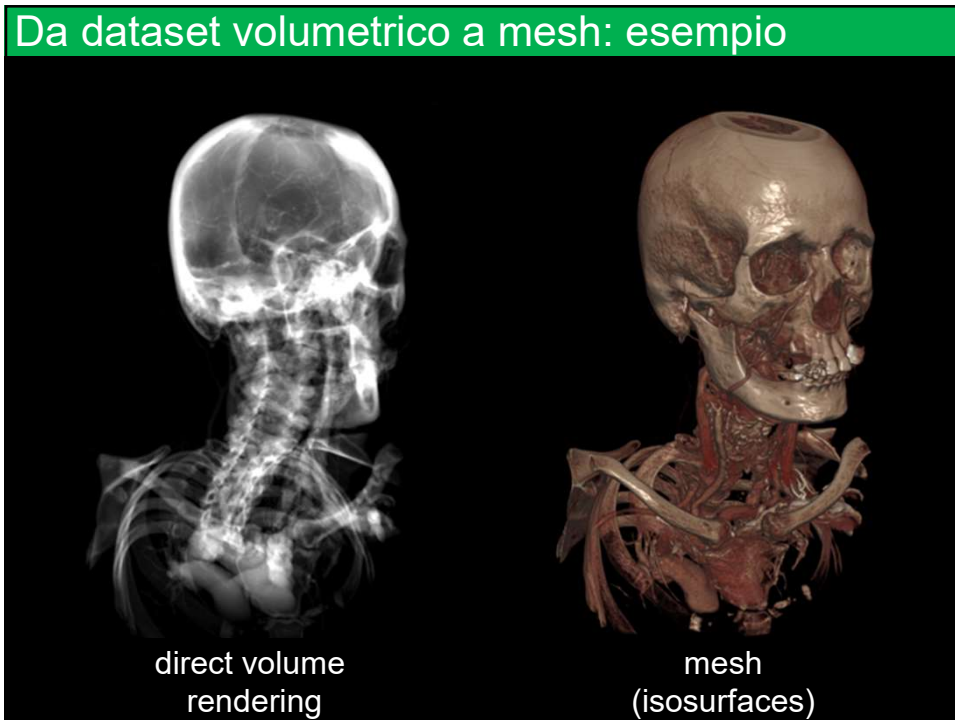
Ma tipicamente,
cattivo meshing:
triangoli di forma
molto lunga e
stretta, triangoli
piccoli, o
anche
(quasi)
degeneri



75



76



77