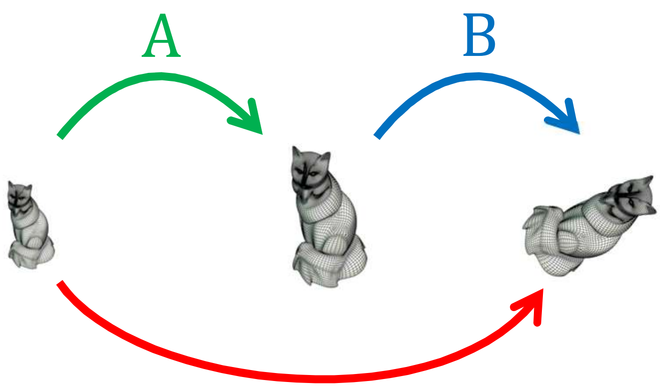
Marco Tarini - Computer Graphics 2024/2025
Università degli Studi di Milano

# trasformazioni spaziali 2/2

52

## Composizione di trasformazioni affini




$$\underbrace{B \cdot A}_{C}$$

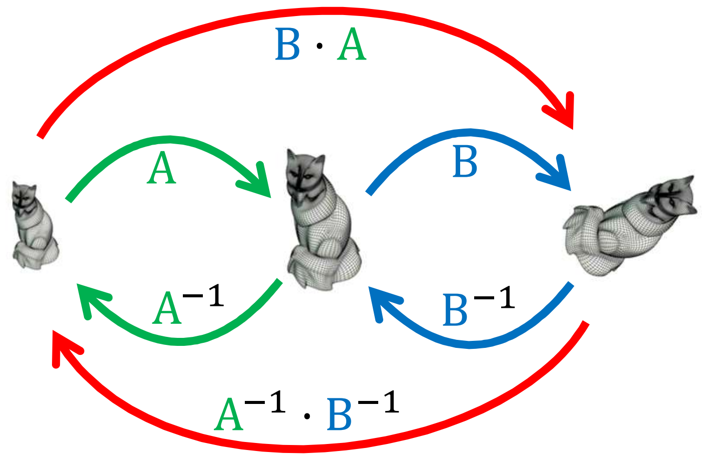
$$C = B \cdot A$$

DOPO ⇦ PRIMA

53

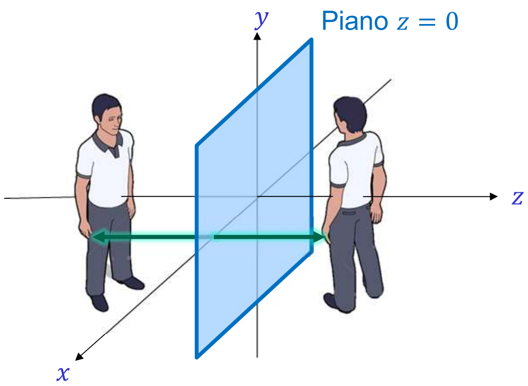
## Inversa di una composizione di trasformazioni

✓ Attenzione all'inversione: $(\mathrm{B} \cdot \mathrm{A})^{-1} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{B}^{-1}$




54

## Matrice di simmetria speculare (planare)




$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ -z \\ 1 \end{bmatrix}$$

55

## Sommario: esempi di trasformazioni affini espresse attraveso le loro matrici 4x4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{T}_{t_x,t_y,t_z}$

**matrice di Traslazione**
**del vettore $\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)$**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{M}_z$

**matrice di simmetria (Mirroring)**
**del piano $z = 0$**

$$\begin{bmatrix} \gamma_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{S}_{\gamma_x,\gamma_y,\gamma_z}$

**matrice di Scaling**
**anisotropico**

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{R}_{z,90°}$

**matrice di Rotazione**
**di 90° attorno all'asse delle $z$**

56

## Trasf. di rotazione in 2D generica
(attorno all'origine, di un angolo $\beta$ **generico**, in senso antiorario)

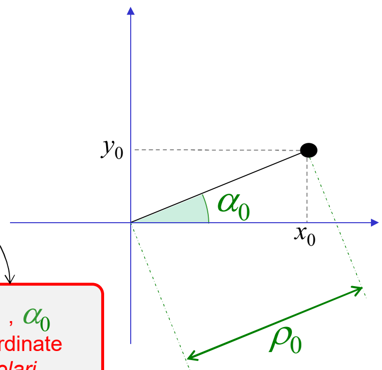
preliminare:coordinate polari
(un diverso modo per
esprimere punti / vettori in 2D)

$x_0$ , $y_0$
coordinate
*catersiane*

$$\rho_0 = \sqrt{x_0^{\,2} + y_0^{\,2}}$$
$$\alpha_0 = atan2(\ y_0\ ,\ x_0\ )$$

$\rho_0$ , $\alpha_0$
coordinate
*polari*

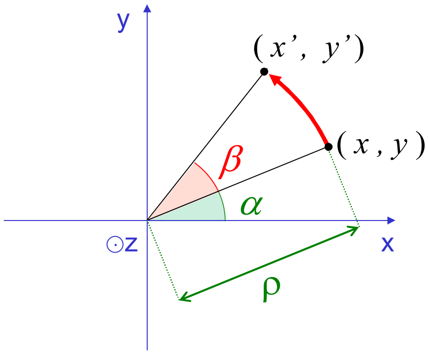
$$x_0 = \rho_0 \cdot \cos(\alpha_0)$$
$$y_0 = \rho_0 \cdot \sin(\alpha_0)$$




57

## Trasf. di rotazione in 2D
(attorno all'origine, di un angolo $\beta$ **generico,** in senso antiorario)

In coordinate polari,
la rotazione sarebbe banale:
l'angolo $\alpha$ incrementa di $\beta$,
la distanza $\rho$ rimane invariata




partenza:
$$x = \rho \cos \alpha$$
$$y = \rho \sin \alpha$$

arrivo:
$$x' = \rho \cos(\alpha + \beta) = \rho \cos \alpha \cos \beta - \rho \sin \alpha \sin \beta = x \cos \beta - y \sin \beta$$
$$y' = \rho \sin(\alpha + \beta) = \rho \cos \alpha \sin \beta + \rho \sin \alpha \cos \beta = x \sin \beta + y \cos \beta$$

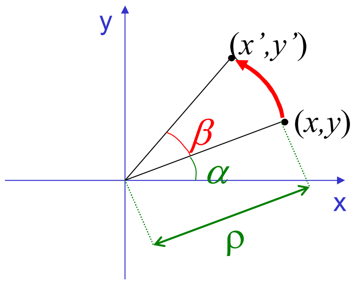
58

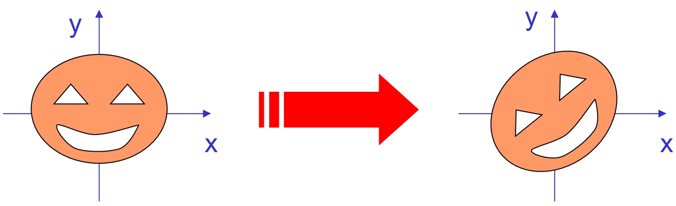
## Trasf. di rotazione in 2D
(attorno all'origine, di un angolo $\beta$ **generico,** in senso antiorario)

Quindi:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \cos \beta - y \sin \beta \\ x \sin \beta + y \cos \beta \end{pmatrix}$$

alla fine, il passaggio alle coord polari serve solo per derivare la formula :-) Per applicarla, bastano il valore del seno e coseno dell'angolo di rotazione β



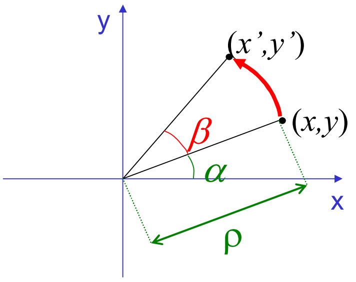



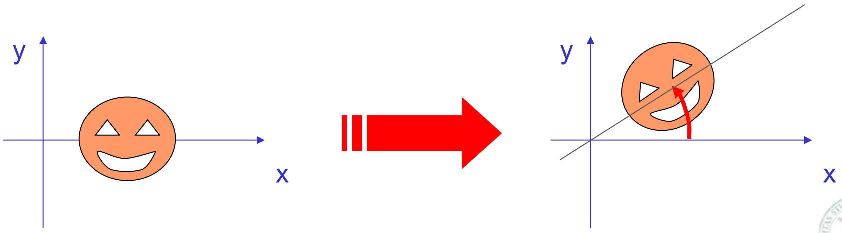

59

## Trasf. di rotazione in 2D
## (attorno all'origine, di un angolo $\beta$ **generico**, in senso antiorario)

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\beta - y\sin\beta \\ x\sin\beta + y\cos\beta \end{pmatrix}$$

Nota: questa trasformazione
ruota attorno all'origine degli assi
(non certo attorno al centro delle figure)



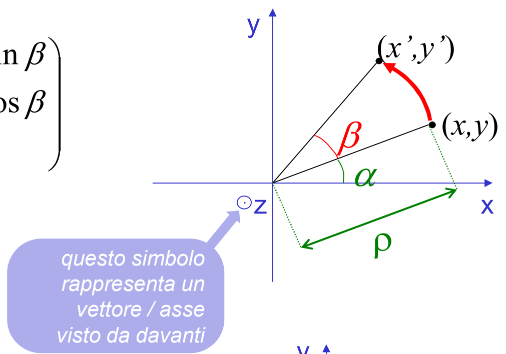




60

## Trasf. di rotazione 3D attorno all'asse $z$
## (di un angolo $\beta$)

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\beta - y\sin\beta \\ x\sin\beta + y\cos\beta \\ z \end{pmatrix}$$

$z$ rimane invariata
solo $x$ e $y$ ruotano



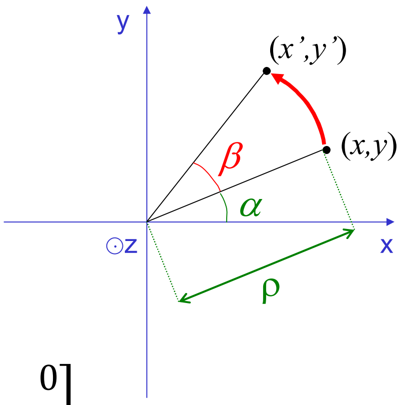


63

## Rotazione 3D attorno all'asse z espresso come moltiplicazione con matrice

$$x' = x\cos\beta - y\sin\beta$$
$$y' = x\sin\beta + y\cos\beta$$
$$z' = z$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = R_{Z(\beta)} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\cos\beta - y\sin\beta \\ x\sin\beta + y\cos\beta \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



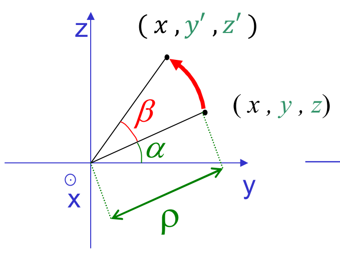

$$R_{Z(\beta)} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice di rotazione di angolo $\beta$ attorno all'asse Z

65

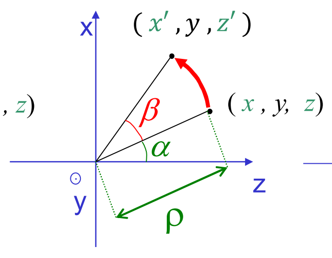
## Trasf. di rotazione attorno ad uno dei tre assi

Attorno ad ASSE X



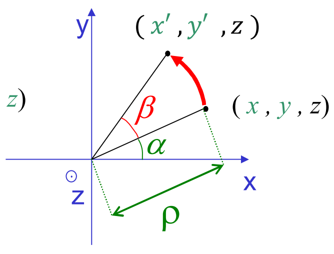

$$f\begin{pmatrix} x \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y\cos\beta - z\sin\beta \\ y\sin\beta + z\cos\beta \end{pmatrix}$$

Attorno ad ASSE Y




$$f\begin{pmatrix} x' \\ y \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +z\cos\beta + x\sin\beta \\ y \\ -z\sin\beta + x\cos\beta \end{pmatrix}$$

Attorno ad ASSE Z




$$f\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\beta - y\sin\beta \\ x\sin\beta + y\cos\beta \\ z \end{pmatrix}$$

[FIXED]

66

## Matr di Rotazione attorno all'asse $x$, $y$, o $z$

$$R_X(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_Y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_Z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e le inverse?

$$R_X(\theta)^{-1} = R_X(-\theta) = R_X(\theta)^{\mathrm{T}}$$

verificare, ricordando che
$\sin(-x) = -\sin(x)$ e $\cos(x) = \cos(-x)$

67

## Rotazioni in 3D: note

- ✓ In 3D,
  bisogna specificare attorno a quale asse ruotare
  - ⇒ oltre che, di quanti gradi, per convenzione sul segno:
    positivo se senso antiorario, nagativo se in senso orario
    (guardando l'asse dalla punta verso la coda)
- ✓ Si applica nello stesso modo ai punti e ai vettori
  - ⇒ la *stessa* funzione viene applicata alle loro coordinate
- ✓ I punti sull'asse vengono mappati su se stessi
  - ⇒ e così, i vettori paralleli all'asse
- ✓ Attenzione: cumulare rotazioni in 3D non commuta!
  - ⇒ Es: ruotare attorno a X di 90° e poi a Y di 90°
    non è la stessa cosa di
    ruotare attorno a Y di 90° e poi a X di 90°

68

## Generalizzare a qualsiasi matrice di rotazione

- ✓ Abbiamo visto solo rotazioni attorno ai tre assi X,Y,Z
- ✓ Possiamo però ottenere matrici di rotazioni attorno ad assi *qualsiasi*:
  - ⇒ Le matrici di rotazione attorno ad un asse qualsiasi (anche obliquo) *passante per l'origine* possono essere costruire cumulando in cascata (cioè, moltiplicando le matrici di) tre rotazioni sui tre assi X, Y, Z, con tre angoli opportunamente scelti (non vediamo come scegliere questi angoli)
  - ⇒ Le matrici di rotazione per un asse *non* passante per l'origine possono essere ottenute combinando (moltiplcando) rotazioni e traslazioni. *Vediamo come!*

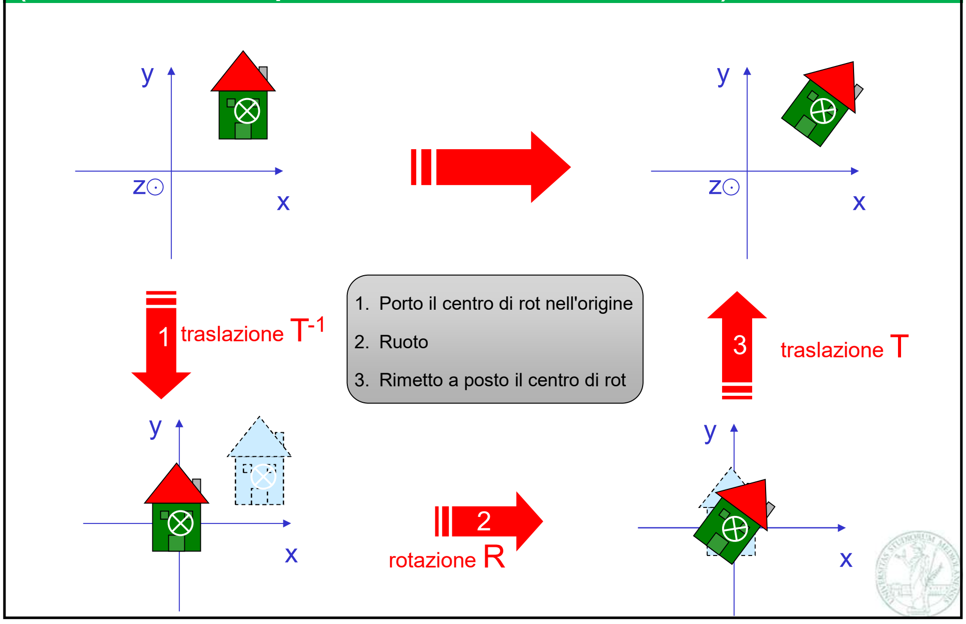
69

## Matrici di rotazione

- ✓ Loro inversa: cambiare segno all'angolo $\beta = -\beta$
  $\Longrightarrow$ cambiare il sengo al $\sin\beta$ ($\cos\beta$ rimane invariato)
  $\Longrightarrow$ la matrice si **traspone**
- ✓ L'**inversa** di una matrice di rotazione è la sua **trasposta**
- ✓ Sono dunque matrici «ortonormali» $\mathrm{M} \cdot \mathrm{M}^{\mathrm{T}} = \mathrm{I}$
- ✓ Abbiamo visto solo rotazioni attorno ai tre assi
  - ⇒ Come ottenere matrici attorno ad assi qualsiasi? Passante per l'origine?
- ✓ E matrici lungo assi diversi da X, Y o Z ?
  - ⇒ Rotazioni attorno ad assi obliqui
  - ⇒ Teorema: una matrice di rotazione con asse qualsiasi (anche obliquo) passante per l'origine può sempre essere ottenuta cumulando tre rotazioni sui tre assi X, Y, Z
- ✓ E metrici di rotazione lungo assi non passante per l'origne?
  - ⇒ Vediamo con un esempio…

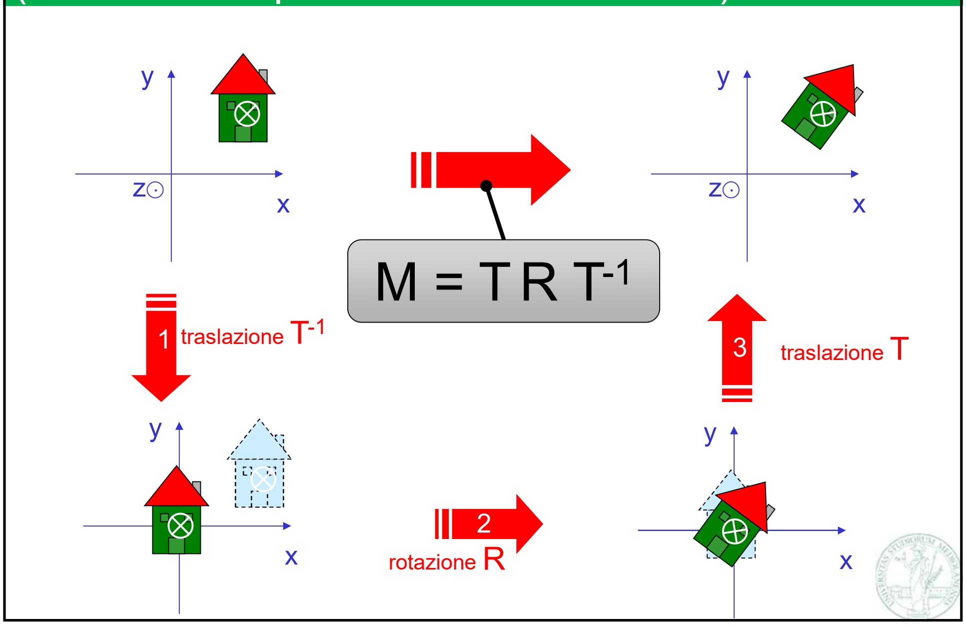
70

## Rotazione intorno ad un asse *parallelo* all'asse z (ottenuta componendo trasformazioni)




71

## Rotazione intorno ad un asse *parallelo* all'asse z (ottenuta componendo trasformazioni)




72

## Rotazione intorno ad un asse *parallelo* all'asse z (ottenuta componendo trasformazioni)

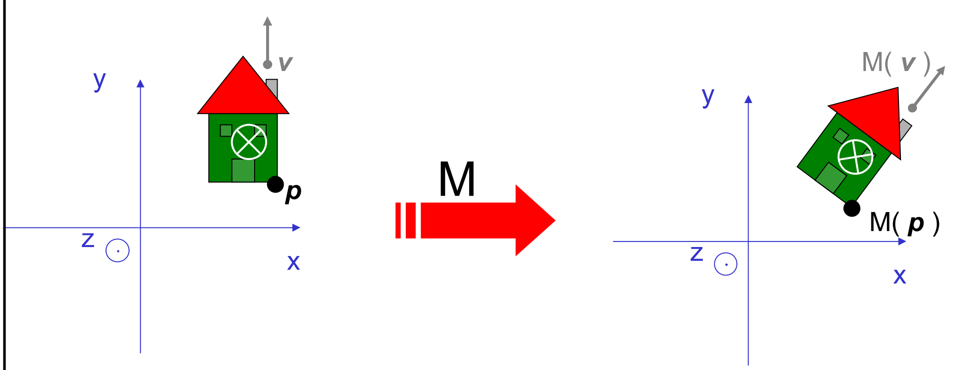
✓ Moltiplicazione matrici (vettori) ha la propretà associativa

$$f(p) = T\,(\,R\,(\,T^{-1}\,p\,)\,\,)$$
$$= \underbrace{(T\,R\,\;T^{-1})}_{\text{una matrice M 4x4 che fa tutto.}}\,p$$

- considerazioni sull'efficienza
- cosa possiamo dire sulla forma di M ?
- cosa succede se moltiplichiamo un *vettore* per M ?

73

## Punti VS vettori

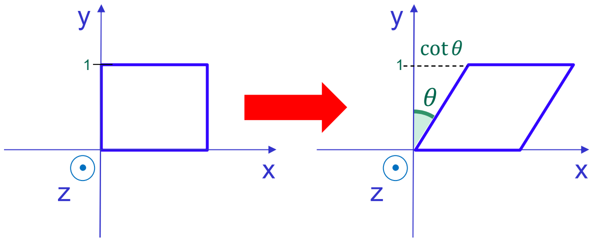



***p* = ( * , * , * , 1 )** punto all'angolo della casa **(punto)**
*v* = ( * , * , * , 0 ) velocità vettoriale del fumo **(vettore)**

74

## Trasformazione di shearing

✓ Es: spostamento in *x* proporzionale alla pos *y*




$$x' = x + y\cot\theta$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

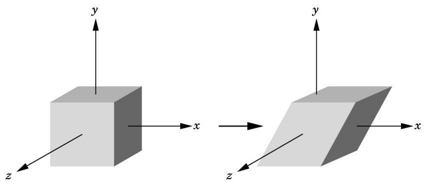
$$H_{xy}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & \cot\theta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrice di shearing
(della $x$ rispetto alla $y$,
di angolo $\theta$)

77

## Trasformazione di shearing

✓ Es: spostamento in *x* proporzionale alla pos *y*




$$x' = x + y\cot\theta$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

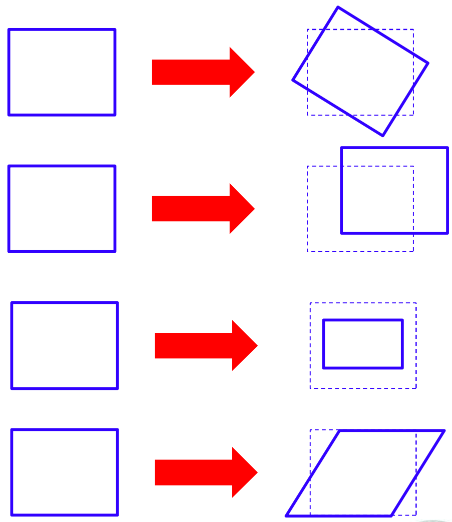
$$H_{xy}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & \cot\theta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrice di shearing
(della $x$ rispetto alla $y$,
di angolo $\theta$)

78

## Lista completa degli effetti geometrici ottenibili con trasformazioni affini

- ✓ Rotazioni
  - ⇒ di asse e angolo qualsiasi
- ✓ Traslazioni
- ✓ Scalature
  - ⇒ uniformi o no
  - ⇒ compreso ribaltamenti
- ✓ Shearing

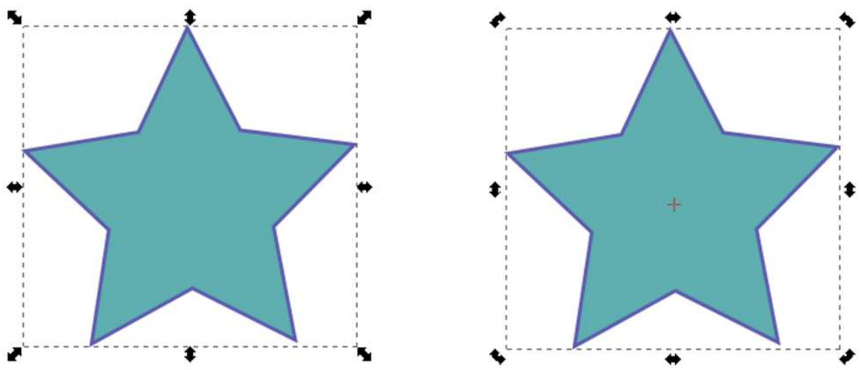


- ✓ … e tutte le composizioni di queste operazioni

79

## GUI comuni per specificare trasformazioni affini in 2D (questo esempio: da inkscape)

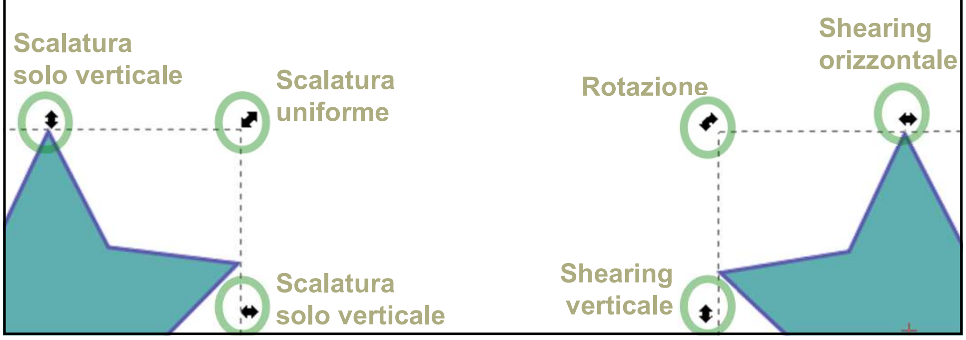
[DEMO]



(più la traslazione con drag-and-drop)
comulando trasformazioni, si possono ottenere tutte le possibili trasf affini in 2D

80

## GUI comuni per specificare trasformazioni affini in 2D (questo esempio: da inkscape)




81

## Trasformazioni spaziali affini: una definizione eqivalente, e una proprietà

- ✓ Sono tutte e sole le funzioni **lineari** ,
  cioè tali che,
  dati un punto $\mathbf{p}$
  vettore $\vec{v}$ , $\vec{w}$
  e uno scalare $k$:

$$f(\mathbf{p} + k\vec{v}) = f(\mathbf{p}) + kf(\vec{v})$$

$$f(h\vec{v} + k\vec{w}) = h\,f(\vec{v}) + k\,f(\vec{w})$$

  - ⇒ Cioè: trasformare una combinazione lineare di punti (o vettori) (interpolazione compresa) è la stessa cosa di combinare linearmente i punti (o i vettori) trasformati
  - ⇒ Questo è cruciale per la nostra applicazione (rendering basato su rasterizzazione), perché significa che… … per applicare una trasformazione affine ad un triangolo basta applicarla ai suoi vertici, e poi congiungere i vertici trasformati … per applicare una trasformazione ad una spline basta calcolare le trasformazioni dei punti di controllo, e poi usarli per la spline trasformata

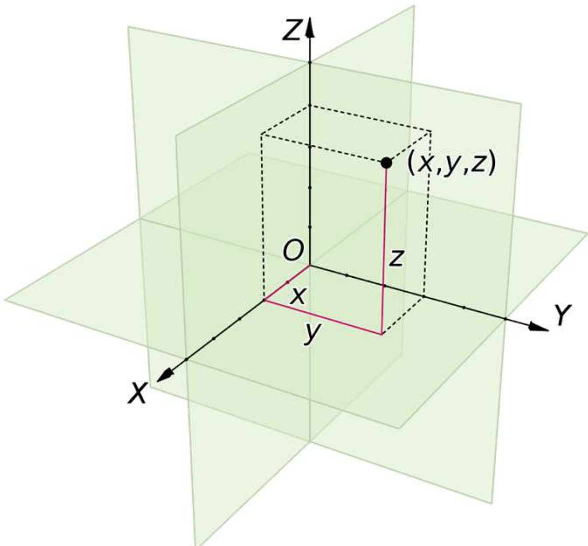
83

## Trasformazioni affini come cambi di Sistema di riferimento

- Fin'ora, abbiamo interpretato le **trasformazioni affini** come azioni che vengono **applicate fisicamente ad oggetti**
  - ⇒ Ad esempio, li spostano, li riorientano nello spazio, li ingrandiscono o riducono, li deformano, etc.
- Vediamo ora un'utilissima interpretazione alternativa ma matematicamente equivalente, di cosa sia una trasformazione affine (e cosa significhi applicarla):
- Applicare una trasformazione affine ad un punto / un vettorepuò essere vista come la *conversione* delle coordinate del punto / vettore da un Sistema di Riferimento ad un altro

86

## Ripasso: sistema di riferimento (o anche "spazio") in cui esprimere punti e vettori




87

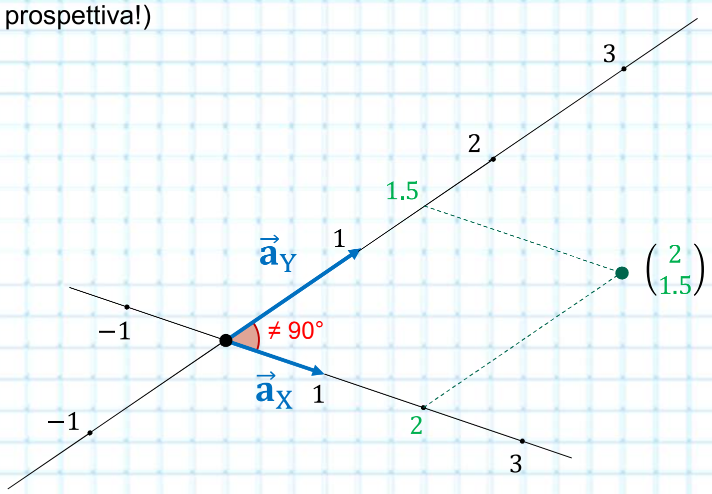
## Sistema di riferimento: note

- ✓ Fin'ora, abbiamo tacitamente assunto che il Sistema di riferimento (che usiamo per esprimere sia punti che vettori) fosse quello **canonico**, cioè uno in cui:
  - ⇒ Gli assi sono ortogonali fra loro
  - ⇒ Gli assi hanno la stessa lunghezza, che è unitaria
  - ⇒ L'origine è in (0,0,0)
- ✓ Un **Sistema di Riferimento** in generale (un modo che ci consente di esprimere punti e vettori 3D come triplette di coordinate) può non avere nessuna di queste caratteristiche
  - ⇒ E' sufficiente che gli assi siano linearmente indipendenti, per garantire che ci sia un modo di esprimere qualsiasi punto o vettore

88

## Un sistema di riferimento non ortogonale (in 2D)

(Questo disegno è in 2D,
e non è in prospettiva!)




89

## Sistema di riferimento o *reference frame* (oppure anche: uno *spazio*)

- ✓ Un sistema di riferimento *R* è definito da
  - ⇒ una base vettoriale $\{\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z\}$ (gli assi dello spazio)
  - ⇒ un punto di *origine* $\mathbf{p_o}$
- ✓ Posso esprimere (univocamente!) ogni punto $\mathbf{p}$ come:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p_o} + x\,\vec{a}_x + y\,\vec{a}_y + z\,\vec{a}_z$$

- ✓ Cioè, in forma matriciale:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}}_{\text{coordinate } omogenee \text{ di } \mathbf{p} \text{ nel sistma di riferimento canonico}} = \overbrace{\begin{bmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z & \mathbf{p_o} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\text{sistema di riferimento R}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}}_{\text{coordinate } omogenee \text{ di } \mathbf{p} \text{ nel sistema R}}$$

90

## Base vettoriale (o spazio vettoriale)

- ✓ Definita da tre vettori asse (linearmente indipendenti)
  - ⇒ $\{\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z\}$
- ✓ Posso esprimere (univocamente!) ogni vettore $\vec{v}$ come:

$$\vec{v} = x\,\vec{a}_x + y\,\vec{a}_y + z\,\vec{a}_z$$

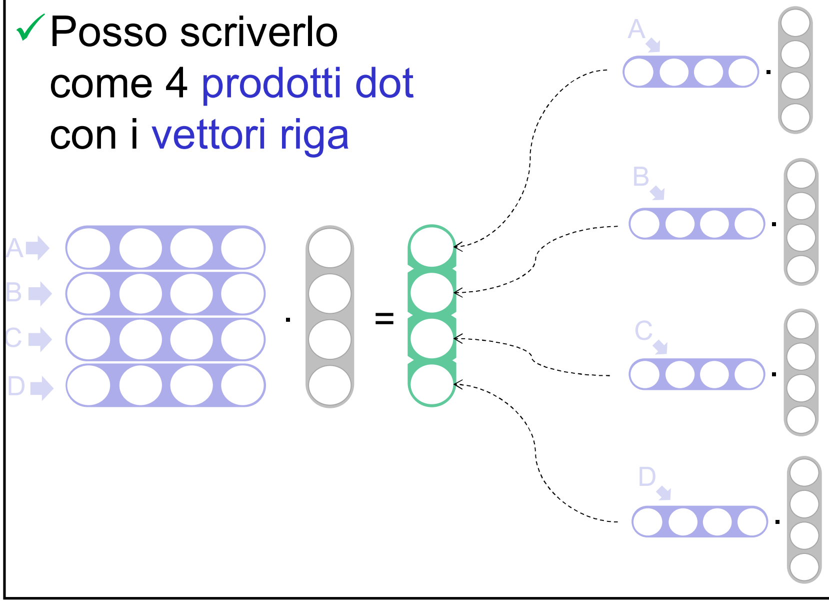
- ✓ Cioè:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{coordinate } omogenee \text{ di } \vec{v} \text{ nella base canonica}} = \begin{bmatrix} \overbrace{\vec{a}_x \;\; \vec{a}_y \;\; \vec{a}_z}^{\text{Base vettoriale B}} & \overset{\text{Non conta}}{*} \\ 0 \;\; 0 \;\; 0 & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{coordinate } omogenee \text{ di } \vec{v} \text{ nella base del sistema B}}$$

91

## Ripasso: prodotto Matrice × Vettore («riga per colonna»)

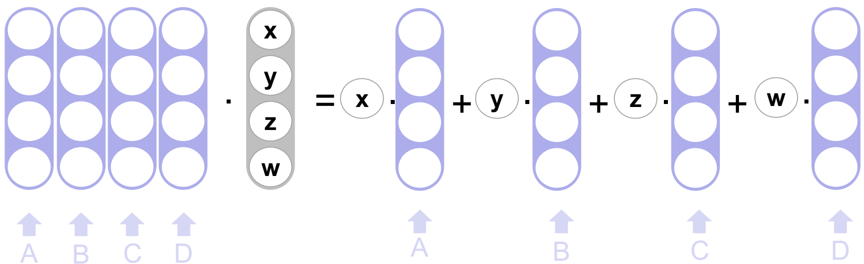
✓ Posso scriverlo come 4 prodotti dot con i vettori riga




94

## Ripasso: prodotto Matrice × Vettore («riga per colonna»)

✓ Ma posso anche scriverlo come: una combinazione lineare dei vettori colonna




95

## Cambio di Sistema di riferimento (o spazio)

- ✓ Ogni trasformazione affine può essere interpretata come un *cambio di sistema di riferimento (o spazio)*
- ✓ e le 4 colonne della matrice riportano
  - ⇒3 assi
  - ⇒origine

  dello spazio di partenza
  descritte nelle coordinate dello spazio di arrivo

96

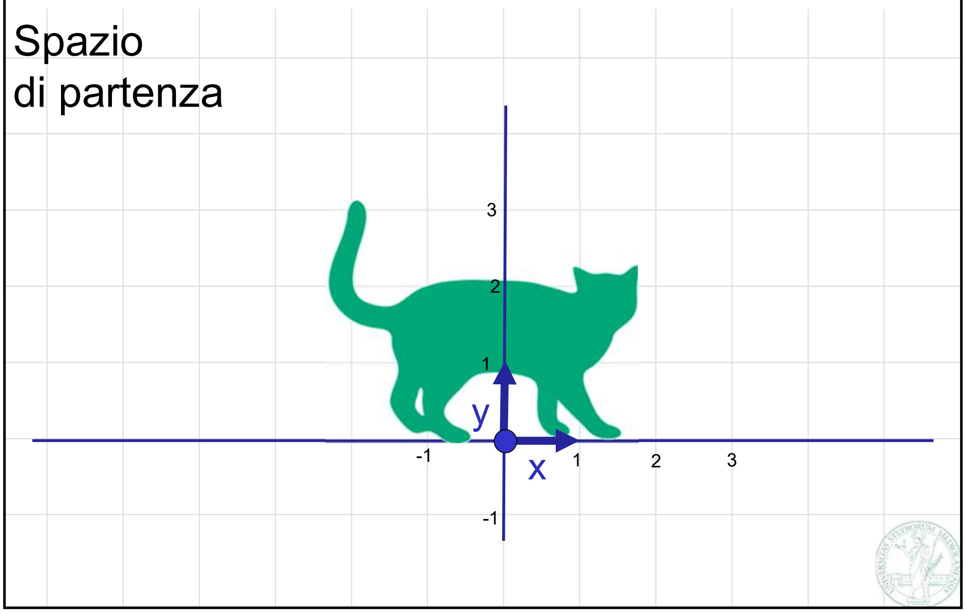
## Sistema di riferimento canonico (quello che abbiamo tacitamente assunto finora)

- ✓ Assi: $\vec{a}_x = (1,0,0)$, $\vec{a}_y = (0,1,0)$, $\vec{a}_z = (0,0,1)$
- ✓ Origine: $\mathbf{p_o} = (0,0,0)$
- ✓ Quindi, matrice associata: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

97

## Esempio
(il disegno è sul piano Z = 0)

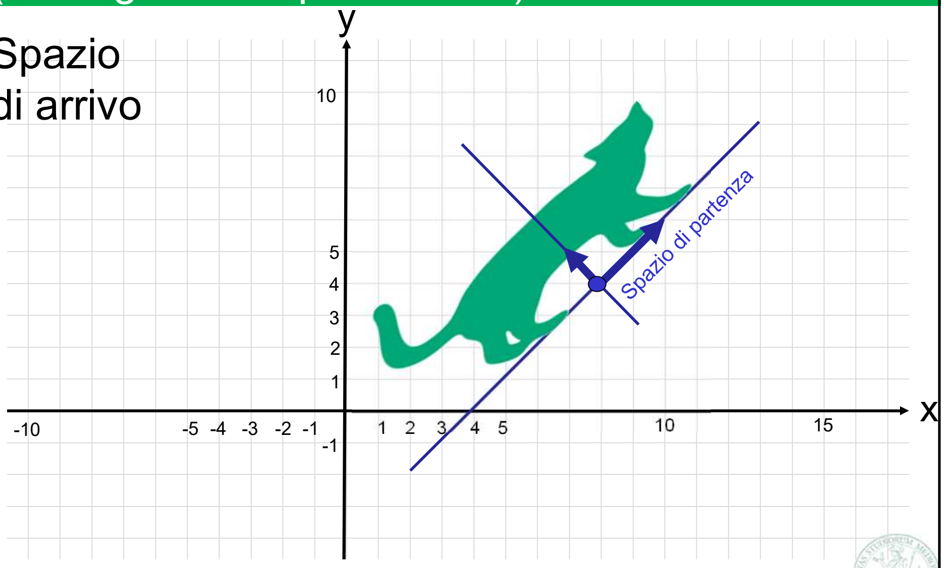
Spazio
di partenza




110

## Esempio
(il disegno è sul piano Z = 0)

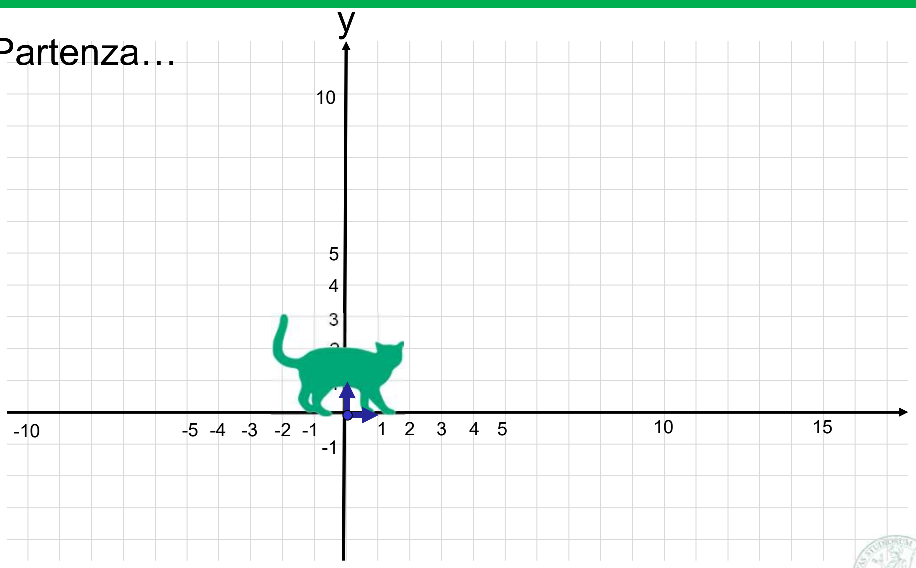
Spazio
di arrivo




111

## Posso vederlo come…

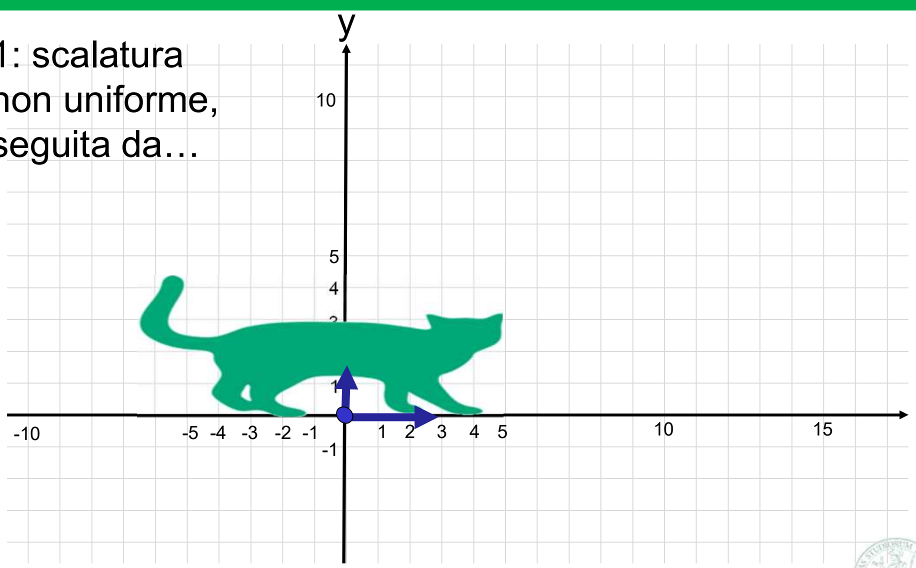
Partenza…




112

## Posso vederlo come…

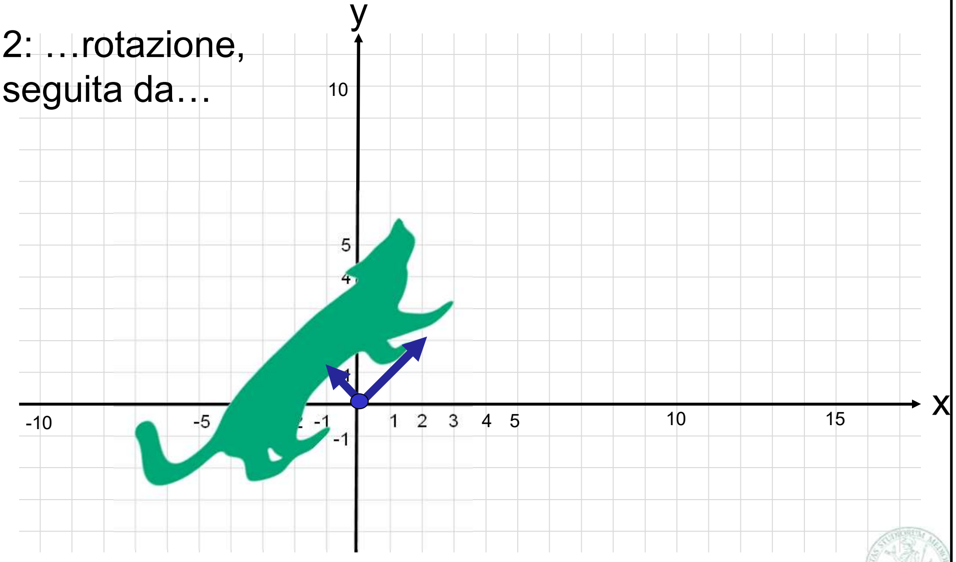
1: scalatura
non uniforme,
seguita da…




113

## Esercizio
## (disegno del piano Z = 0)

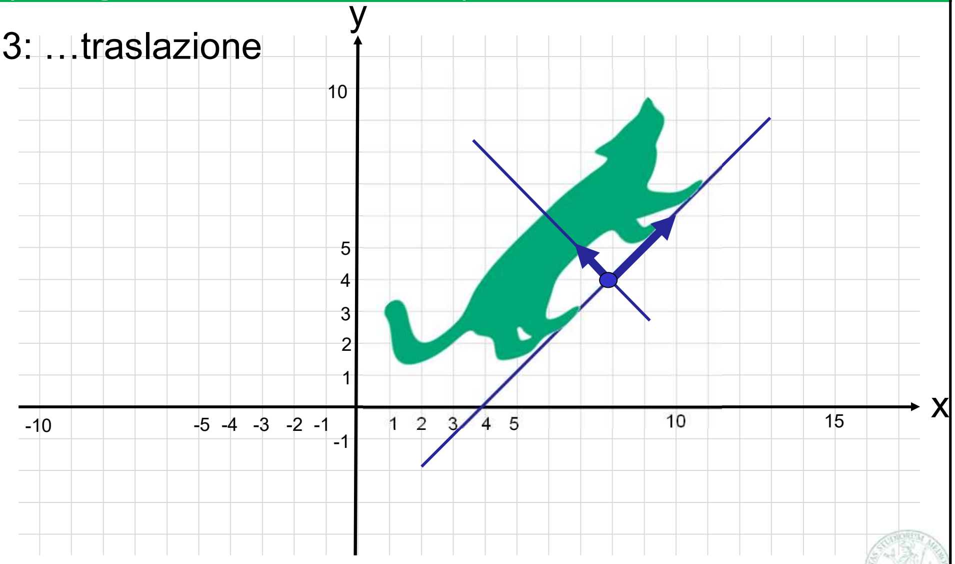
2: …rotazione,
seguita da…




114

## Esercizio
## (disegno del piano Z = 0)

3: …traslazione




115

## Note sull'esempio

- ✓ Per passare dallo spazio di partenza a quello di arrivo, abbiamo sottoposto il gatto ad una sequenza di trasformazioni spaziali
  - ⇒ Giudicando ad occhio, il gatto è stato… (in sequenza)
    1. scalato anisotropicamente
       (leggermente alzato verticalmente, e molto allungato orizzontalmente),
    2. poi, ruotato di 45° in senso ccw attorno asse z
    3. poi, traslato
- ✓ Sarebbe possibile ottenere la matrice di trasformazione risultante moltiplicando le 3 matrici associate a ciascuna delle trasformazioni T1,T2,T3 (da desta a sinistra), ottenendo come risultato una matrice complessiva M
- ✓ La matrice M applica in un colpo solo tutte le trasformazioni
- ✓ (Potremmo anche immaginarci diverse sequenze di trasformazioni che ottengono l'effetto mostrato: il loro prodotto matriciale otterrebbe sempre la stessa matrice M)

118

## Note sull'esempio

- ✓ Un metodo alternativo
  (equivalente, ma a volte più semplice)
  di capire il valori della matrice M ,
  è guardare direttamente il suo effetto complessivo,
  trascrivendo, nelle sue 4 colonne,
  i tre assi x,y,z (vettori) e l'origine (punto),
  del sistema di riferimento originale (in blu), espressi in coordinate affini
  (cioè cartesiane, e 0 o 1 come coordinata w)
  nel sistema di riferimento di arrivo (in nero).

119

## Esercizio 1

1. Scrivi la matrice che porta dallo spazio di partenza mostrato allo spazio di arrivo mostrato
   - ⇒ Come: riporta nelle colonne della matrice le coordinate (omogenee) dei vettori asse, e del punto origine, del Sistema di riferimento di partenza, come li vedi nel Sistema di riferimento di arrivo
2. Applica la matrice trovata al punto $\mathbf{p}$, che nello spazio di partenza ha coordinate cartesiane (-2,3,0)
   - ⇒ come si vede dal primo disegno: è l'estermità della coda
3. *Hai ottenuto:* le coordinate $\mathbf{p}$' dello stesso punto nello spazio di arrivo
   - ⇒ Verifica sul secondo disegno

120

## Esercizio 2

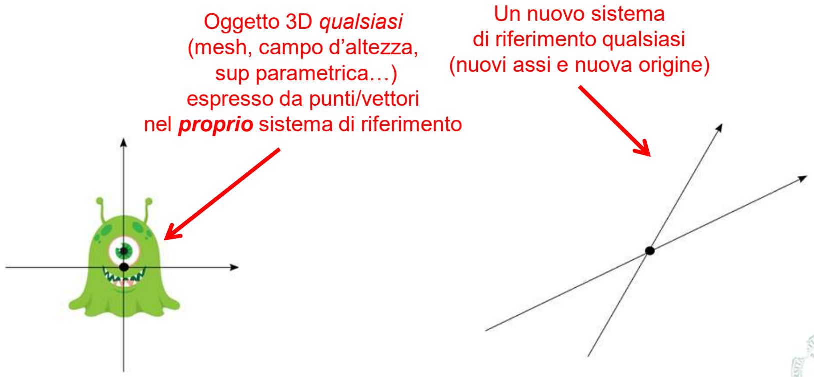
"Una mosca si poggia a coordinate (nel Sistema di riferimento di arrivo) (9,8,0). In quale punto del Sistema di riferimento di partenza si trova la mosca?"

1. Inverti la matrice del punto precedente
   - ⇒ facendo alcuni conti, oppure avvalendoti di un software di appoggio, per es https://matrix.reshish.com/inverse.php )
2. Applica la matrice inversa al punto di coordinate che, nel Sistema di Riferimento di arrivo (9,8,0)
   - ⇒ *come si vede dal secondo disegno: corrisponte ad punto che è, circa, collocato sul naso del gatto*
3. Hai ottenuto le coordinate dello stesso punto nel Sistema di riferimento di partenza
   - ⇒ verifica sul primo disegno

121

## Un modo di interpretare qualsiasi trasformazione affine: sommario

- ✓ In pratica, una trasfromazione affine si limita a ridefinire un nuovo sistema di rifermimento arbitario
  - ⇒ 3 assi (vettori) + origine (punto)
- ✓ L'oggetto 3D segue il nuovo sistema di riferimento




122

## Un modo di interpretare qualsiasi trasformazione affine: sommario

- ✓ In pratica, una trasfromazione affine si limita a ridefinire un nuovo sistema di rifermimento arbitario
  - ⇒ 3 assi + origine
- ✓ L'oggetto 3D segue il nuovo sistema di riferimento


123