

1

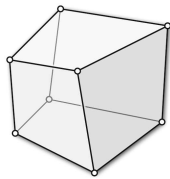
Una (imperfetta) categorizzazione dei tipi di modelli digitali 3D

| | | ELEMENTI DISCRETI | | | CONTINUI |
|--------------|---|---|----------------------------|---|---|
| | | regolari «a griglia» | semi-regolari o irregolari | | |
| | | | elementi simpliciali | elementi non simpliciali | |
| SUPERFICIALI | 2-manifold «rappresenta una vera superficie» | Height Field Range Scan Geometry Images | Triangle Mesh | Polygonal Mesh Quad Mesh Quad dominant Mesh | Subdivision surfaces Parametric Surfaces (per es Bézier) |
| | non-manifold «non rappresenta una sup» | Set di Range Scan | Point Cloud | | |
| VOLUMETRICI | (3-manifold) | Voxelized Volume Volumetric Textures | Tetra Mesh | Hexa Mesh | Implicit models (es. CSG) |

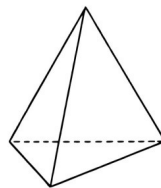
4

Mesh poliedrale

- ✓ Corrispondente volumetrico delle mesh poligonali
- ✓ Composta da poliedri quali...



esaedro
(o "hexa" per brevità;
a volte "exa")



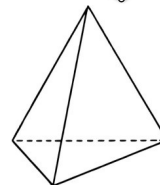
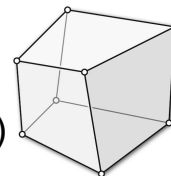
tetraedro
(o "tetra" per brevità)



5

Modelli 3D volumetrici ad elementi finiti


- ✓ Tipo degli elementi (celle):
 - ⇒ hexahedra (anche detti "cuboidi")
 - ⇒ tetrahedra (piramidi a base triangolare)
 - ⇒ poliedri generici (raro)
- ✓ mesh poliedrale = mesh composta da elementi poliedrici adiacenti faccia a faccia
 - ⇒ hexahedron mesh, o hexa-mesh
 - ⇒ tetrahedron mesh tetra-mesh
- ✓ esempio di visualizzatore: www.hexalab.net



6


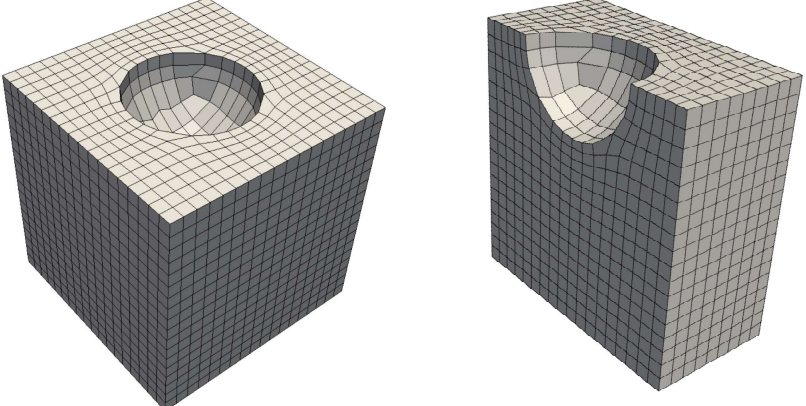
Mesh poliedrale

- ✓ Composta da
 - ⇒ **geometria:**
 - vertici (0D), con pos (x,y,z)
 - ⇒ **connettività:**
 - celle (3D) - poliedri
 - facce (2D) - poligoni
 - edge (1D) - segmentiche connettono i vertici
 - ⇒ **attributi**
 - Definiti sui vertici,
 - (implicitamente) interpolati dentro le celle
- ✓ Struttura dati: simile alla mesh poligonale
 - ⇒ indicizzata:
 - lista vertici,
 - lista celle
 - ⇒ Esistono anche varianti per mesh poliedrali di struttura basata su half-edge

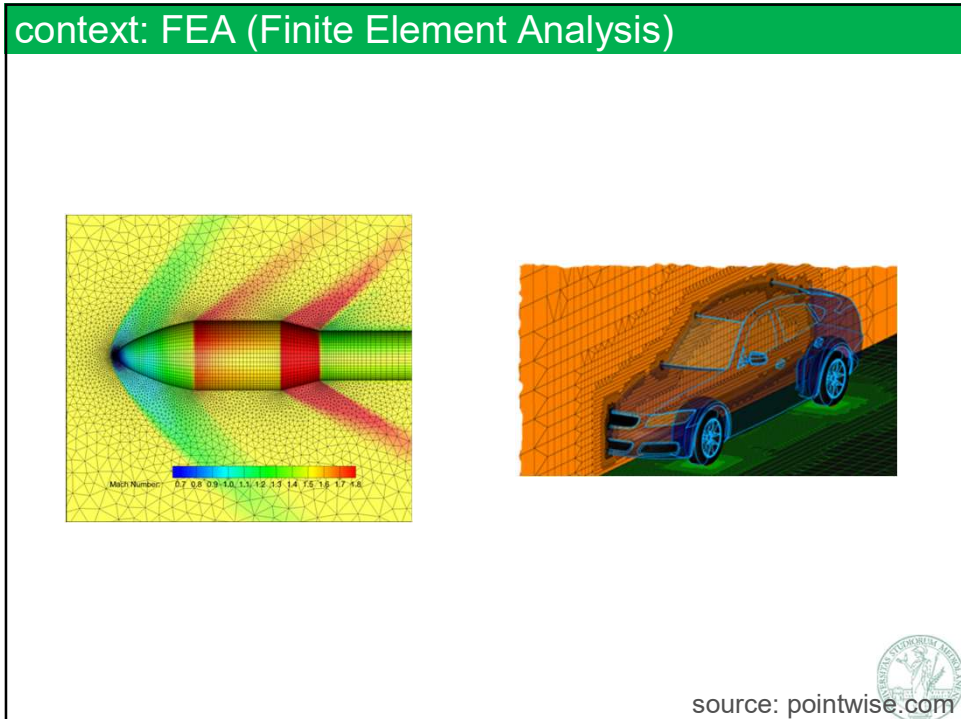


7

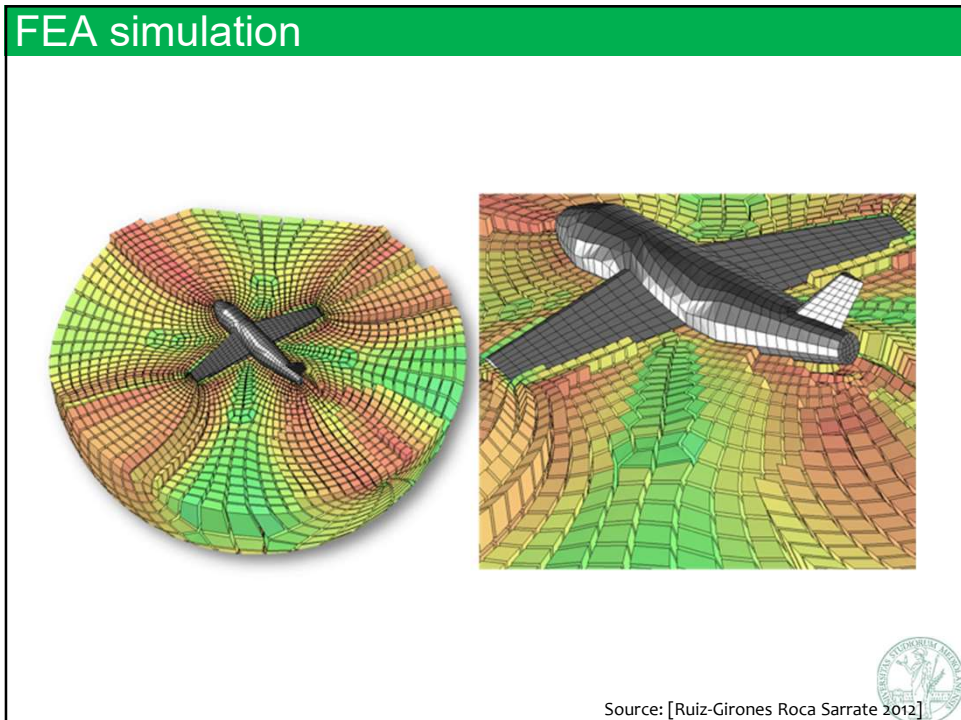
Hexa-mesh



8



9



13

Uso tipico: simulazioni fisiche

- ✓ FEM / FEA
(Finite Element Method /
Finite Element Analysis)
 - ⇒ Usata in ingegneria per verificare virtualmente le proprietà strutturali degli oggetti rappresentati
 - ⇒ Esempio: simulazione di carico:
questo palazzo sostiene il suo peso?
questo ponte sostiene il suo carico?
 - ⇒ Esempio: simulazione di termodinamica:
come si diffonde il calore all'interno di questo oggetto?
- ✓ Le simulazioni sono il principale uso delle mesh poliedrali
- ✓ Problema (difficile): hexa-meshing o tetra-meshing:
costuire una hexa-mesh o tetra-mesh
a partire da una rappresentazione superficiale
 - ⇒ tipicamente, da una mesh poligonale (es: triangolare)

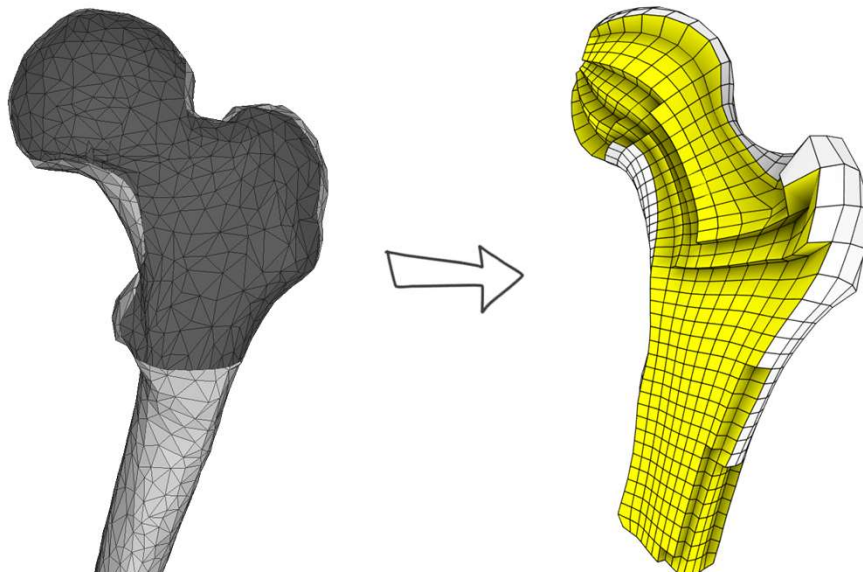


14

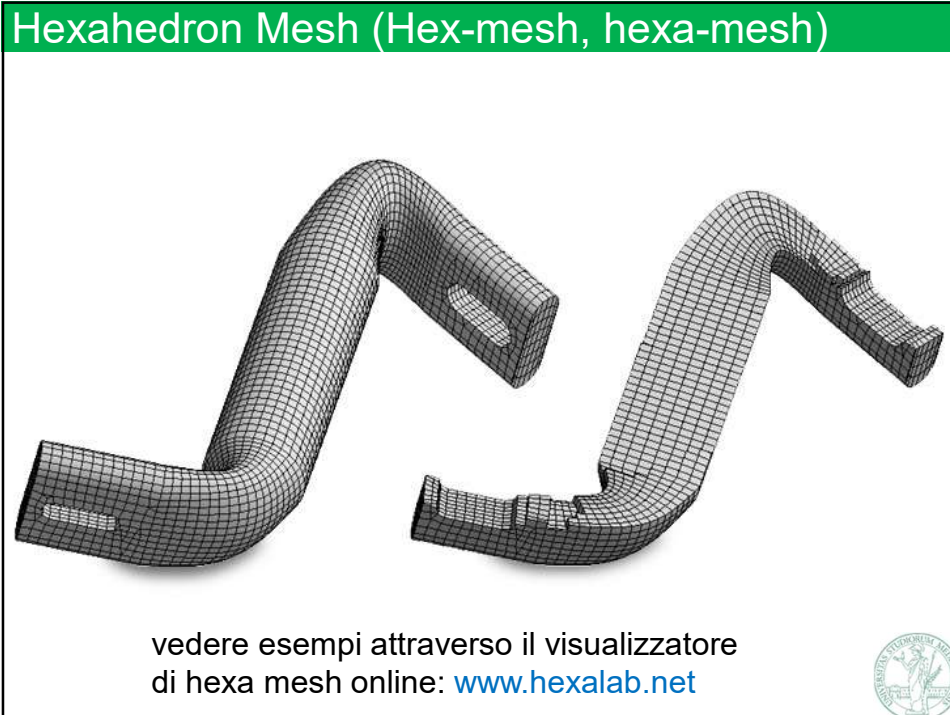
Hexa-Meshing

INPUT:
una mesh superficiale
(es: una tri mesh) M

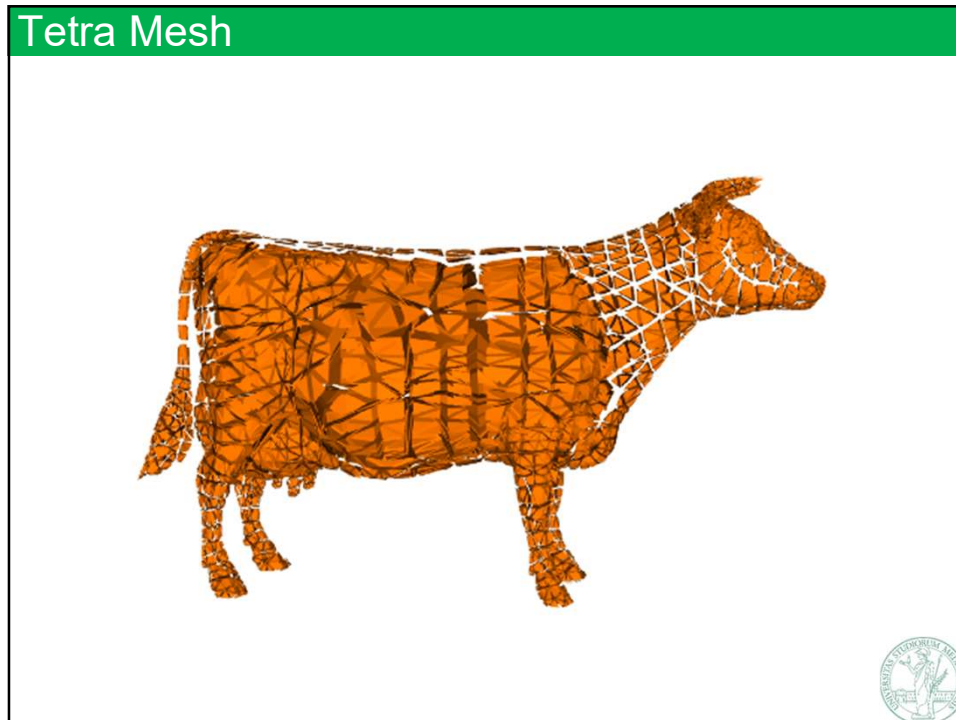
OUTPUT:
una hexa-mesh
il cui bordo approssima M



20



21



22

Una tetra-mesh è un complesso simpliciale

✓ Tetraedro: struttura *simpliciale* del volume

⇒ come il triangolo è lo è della superficie.

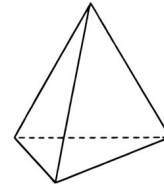
⇒ cioè: un tetraedro è il luogo di punti ottenuti dall'interpolazione lineare fra i suoi quattro vertici

⇒ cioè: ogni punto P in un tetraedro T (superficie o interno) è esprimibile come una (e una sola!) interpolazione dei quattro vertici di T (una combinaz. lineare con pesi ≥ 0 a somma 1)

⇒ i 4 pesi di questa combinazione (quattro scalari fra 0 e 1) sono detti le **coordinate baricentriche** di P dentro T

⇒ posso usare le coordinate baricentriche per interpolare gli attributi definiti sui vertici di T sul punto P

✓ In tutto questo: tetra-mesh (volume) del tutto analoga alla tri-mesh (superficie)

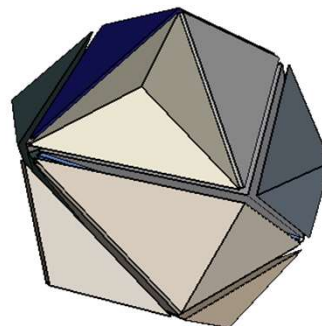
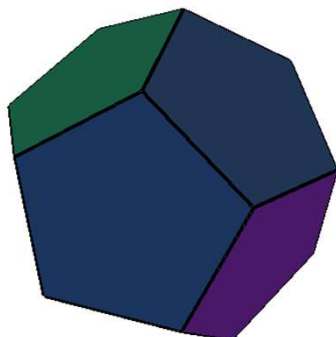


23

Tetrahedralization

✓ Ogni poliedro può essere scomposto in tetraedri

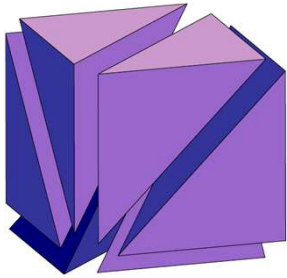
⇒ Così come ogni poligono in triangoli



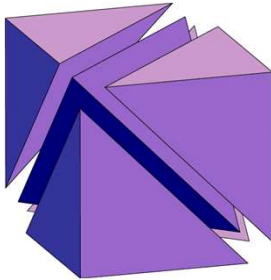
24

Tetrahedralization


- ✓ Ogni poliedro può essere scomposto in tetraedri
 - ⇒ Così come un poligono può essere scomposto in triangoli
 - ⇒ La scomposizione in tetraedri non è unica
 - ⇒ Un esaedro, per esempio, ammette almeno due scomposizioni...



12 tetra



5 tetra



25

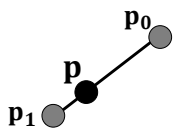
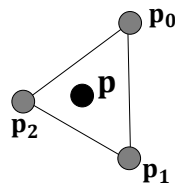
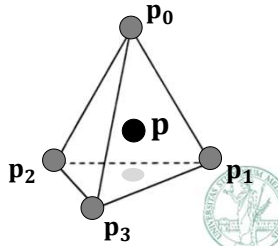
Le «coordinate baricentriche» dentro un qualsiasi elemento *simpliciale*


- ✓ Stesso concetto per segmenti 1D, triangoli 2D, o tetraedri 3D
- ✓ Dato un tetraedro (o un triangolo, o un segmento) costituito dai suoi 4 (o 3, o 2) vertici $\mathbf{p}_0 \dots \mathbf{p}_n$ e un punto \mathbf{p} al suo interno, trovare le 4 (o 3, o 2) «coordinate baricentriche» di \mathbf{p} dentro a quel tetraedro (o tri., o segm.)
- ✓ cioè i 4 (o 3, o 2) valori scalari $t_0 \dots t_n$ tali che

$$\mathbf{p} = \sum_i t_i \mathbf{p}_i \quad \sum_i t_i = 1 \quad \forall i : 0 \leq t_i \leq 1$$

- ✓ Fatto questo, il valore dell'attributo a in \mathbf{p} sarà così dato dalla stessa combinazione lineare degli attributi $a_0 \dots a_n$ definiti sui vertici :

$$a = \sum_i t_i a_i$$



26

Tetra meshes e Hexa Meshes: considerazioni

- ✓ Risoluzione di una mesh poliedrale: num. di celle (o vertici)
 - ⇒ maggiore risoluzione: simulazioni più accurate ma più lente
 - ⇒ nota: numero di elementi è CUBICO con 1/dimensione lineare
- ✓ Può essere adattiva (e spesso lo è)
 - ⇒ Cioè avere elementi più piccoli e densi nelle aree che ne abbisognano
- ✓ Multi-risoluzione: piramidi di livello di dettaglio sono possibili
 - ⇒ similmente alle mesh poligonali
- ✓ Categorie, simili a mesh poligonali:
 - ⇒ «Pure» hexa-mesh: tutte le celle sono esaedri
 - ⇒ «Hexa-dominant» mesh: grande maggioranza di celle sono esaedri
- ✓ Esiste un concetto di **regolarità** locale anche per le hexa meshes / tri meshes
 - ⇒ analogo a quello delle alle mesh, ma definito sugli edge:
 - un edge di una hexa mesh è regolare sse è condiviso da 4 hexa
 - un edge di una tetra mesh è regolare sse è condiviso da 6 tetra
 - ⇒ mesh semiregolare: maggioranza di edge regolari.



29

Tetra meshes o Hexa Meshes

- ✓ Per poter essere utilizzata in una simulazione, una hexa mesh / tetra mesh deve avere elementi di buona «qualità», cioè (semplificando), la loro forma deve essere lontana dall'essere degenerare (cioè piatta o, peggio, concava)
 - ⇒ la generazione automatica di mesh poliedrali con questa caratteristica è un problema aperto e difficile
 - ⇒ la generazione è fatta a partire da una struttura superficiale, es una mesh poligonale (deve essere two-manifold, chiusa, ben orientata)
- ✓ Hexa-meshes:
 - ⇒ è più difficile da costruire
 - ⇒ le simulazioni su hexa mesh tendono ad essere più accurate (a parità di risoluzione)
 - ⇒ recentemente, questo assunto è stato messo in discussione da alcuni risultati teorici di ricerca, che sembrano ridurre i vantaggi delle hexa-mesh



30